ANÁLISE DE SINAIS E SISTEMAS

AULA 2:

Classificação dos Sinais:

1. Sinais de Tempo Contínuo e Sinais de Tempo Discreto;
2. Sinais Analógicos e Digitais;
3. Sinais Determinísticos e Sinais Aleatórios;
4. Sinais Pares e Sinais Ímpares;
5. Sinais Periódicos e Sinais Não Periódicos;
6. Sinais de Energia e Sinais de Potência.

Classificação dos Sinais

Os sinais de nosso interesse serão ***sinais unidimensionais*** definidos como ***função do tempo de valor único***.

Este valor pode ser real (**sinal de valor real**) ou complexo (**sinal de valor complexo**).

Nos dois casos, a variável independente *(***tempo***)* tem valor real.

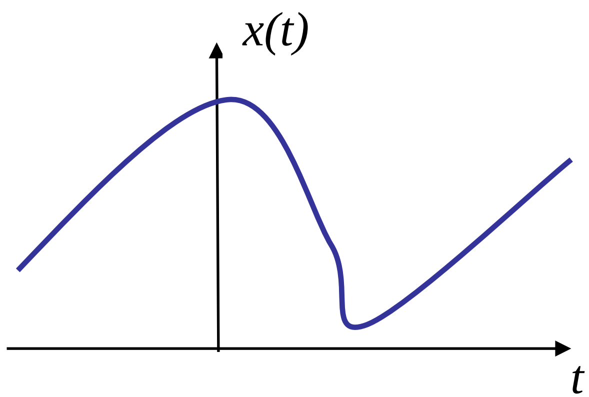
Os sinais podem ser classificados observando-se algumas das suas características de interesse.

Classificação dos Sinais

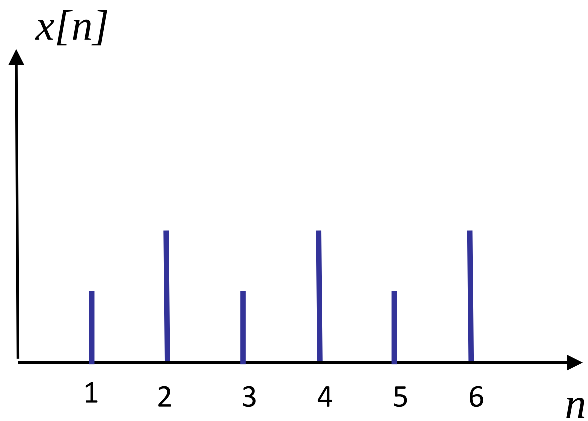
1. Sinais de Tempo Contínuo e Sinais de Tempo Discreto

Um sinal ***x(t)*** é um ***sinal de tempo contínuo***, se ele está definido para todo instante ***t***.

Um sinal ***x[n]*** é um ***sinal de tempo discreto***, se ele está definido somente para instantes isolados de tempo ***n***.



Sinal de tempo contínuo



Sinal de tempo discreto

Classificação dos Sinais

Um ***sinal de tempo discreto***, pode ser obtido a partir de um ***sinal de tempo contínuo***, fazendo-se uma ***amostragem*** do mesmo a uma taxa uniforme.

A amostragem de um sinal de tempo contínuo $x(t)$ no instante $t = nT$, sendo T o ***período de amostragem***, produz uma amostra $x(nT)$.

Por conveniência escrevemos $x[n] = x(nT)$, com $n = \ldots -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$

Dessa forma, um sinal discreto é representado pela sequência:

$\ldots, x[-2], x[-1], x[0], x[1], x[2], \ldots$, chamada série temporal $x[n]$.

Classificação dos Sinais

2. Sinais Analógicos e Sinais Digitais

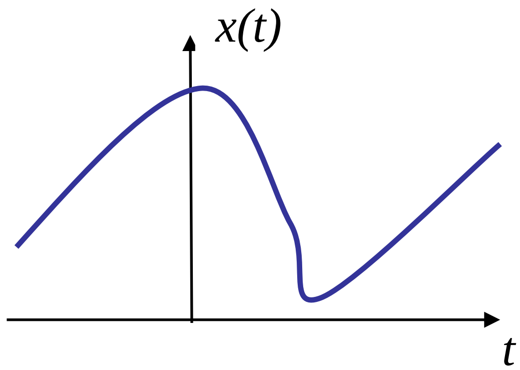
Um ***sinal é dito Analógico***, se sua amplitude pode apresentar infinitos valores.

Um ***sinal é dito Digital***, se sua amplitude pode apresentar apenas alguns números finitos de valores.

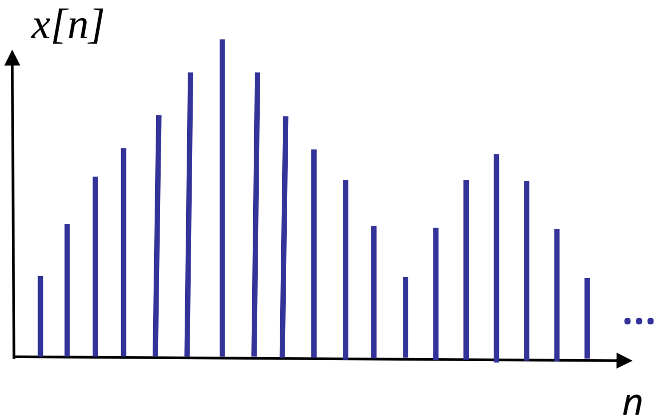
Note que um sinal pode ser:

- *Analógico e Contínuo no tempo;*
- *Analógico e Discreto no Tempo;*
- *Digital e Contínuo no tempo;*
- *Digital e Discreto no Tempo***.**

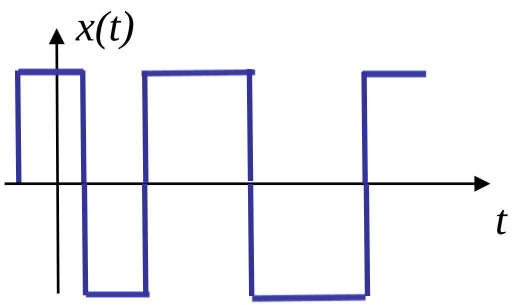
Classificação dos Sinais



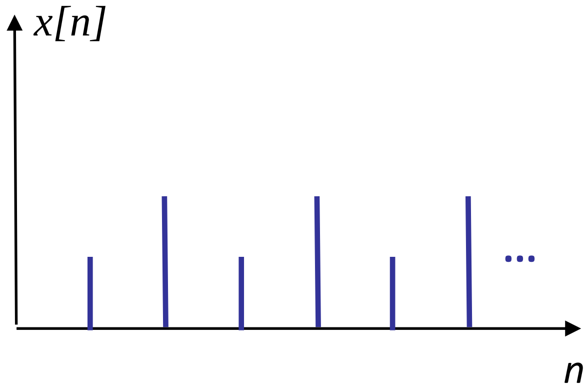
Analógico e Contínuo no tempo



Analógico e Discreto no tempo



Digital e Contínuo no tempo



Digital e Discreto no Tempo

Classificação dos Sinais

3. Sinais Determinísticos e Sinais Aleatórios

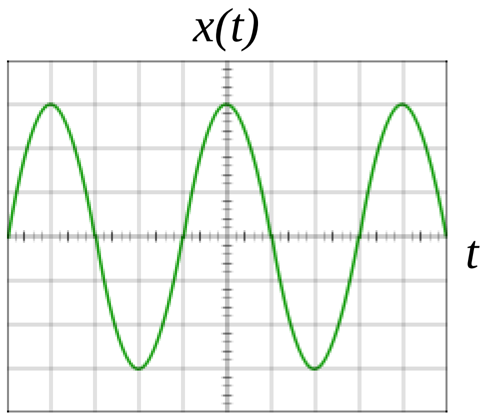
Sinal Determinístico é aquele cuja descrição física é completamente conhecida, seja na forma matemática ou na forma gráfica.

É possível determinar precisamente o valor do sinal em um dado instante de tempo.

Podem ser representados por uma função analítica.

Exemplo:

$$x(t) = A\cos(\omega t)$$



Classificação dos Sinais

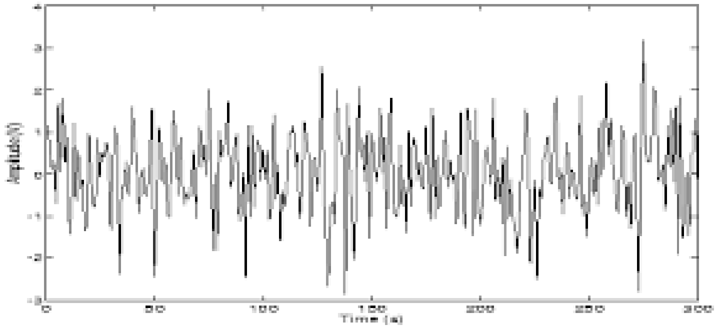
3. Sinais Determinísticos e Sinais Aleatórios

Sinal Aleatório é aquele cujos valores não podem ser preditos precisamente.

São descritos apenas por uma descrição probabilística.

São representados por suas características estocásticas (média, variância, etc.)

Exemplo: o ruído gerado por um receptor de rádio ou televisão.

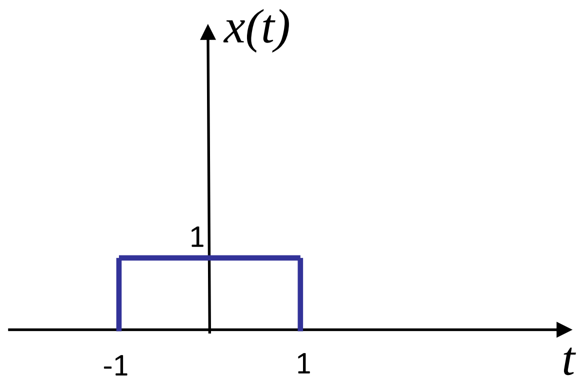


Classificação dos Sinais

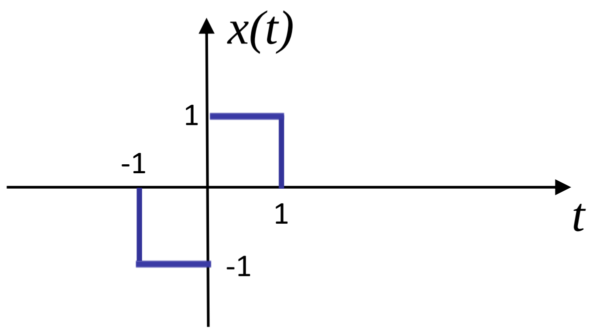
4. Sinais Pares e Sinais Ímpares

Um sinal é par se $x(-t) = x(t)$ *ou* $x[-n] = x[n]$.

Um sinal é ímpar se $x(-t) = -x(t)$ *ou* $x[-n] = -x[n]$.



Sinal Par



Sinal Ímpar

Classificação dos Sinais

Um sinal $x(t)$ pode ser decomposto em uma ***componente par*** $x_p(t)$ e uma ***componente ímpar*** $x_i(t)$, de forma que

$$x(t) = x_p(t) + x_i(t) \qquad (1)$$

Em $-t$ tem-se que $x(-t) = x_p(-t) + x_i(-t)$ (2)

Somando-se (1) + (2), obtém-se:

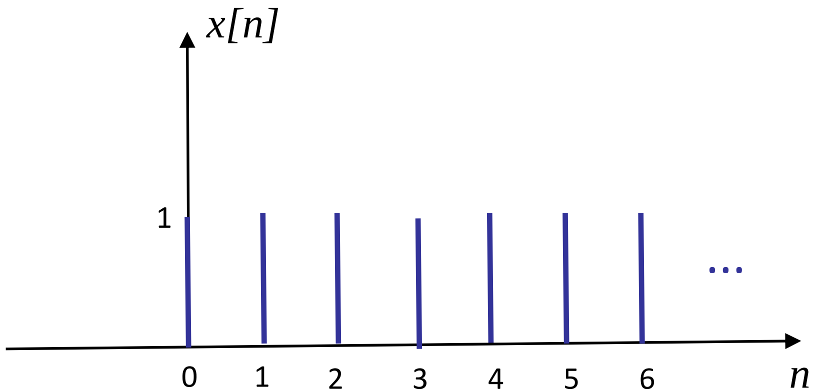
$$x(t) + x(-t) = 2\,x_p(t) \;\Rightarrow\; x_p(t) = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)]$$

Subtraindo-se (1) - (2), obtém-se:

$$x(t) - x(-t) = 2\,x_i(t) \;\Rightarrow\; x_i(t) = \frac{1}{2}[x(t) - x(-t)]$$

Classificação dos Sinais

Exemplo - Considere o sinal: $x[n] = \begin{cases} 1, & p/\ n \geq 0 \\ 0, & p/\ n < 0 \end{cases}$



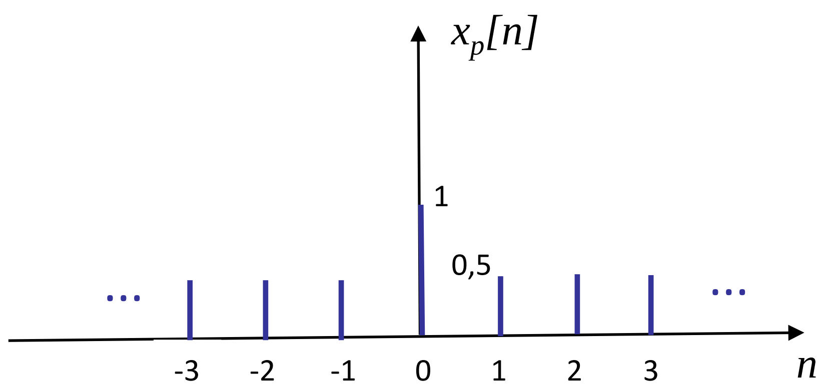
Cálculo da componente par:

$$x_p[n] = \frac{1}{2}\left[x[n] + x[-n]\right]$$

$$p/n > 0,\ x_p[n] = \frac{1}{2}\left[1+0\right] = \frac{1}{2},$$

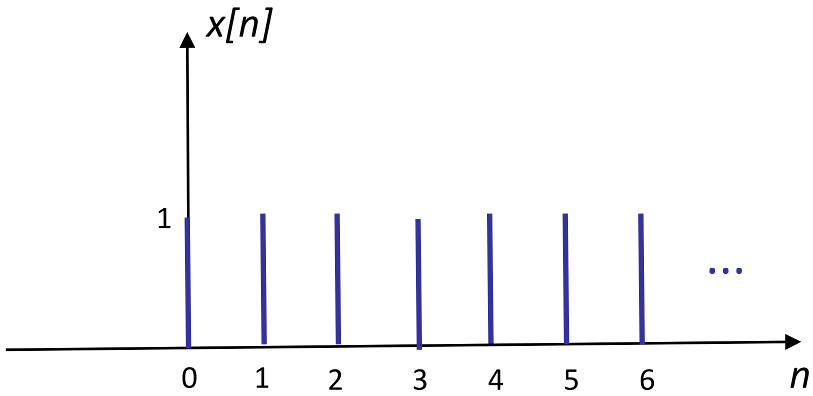
$$p/n < 0,\ x_p[n] = \frac{1}{2}\left[0+1\right] = \frac{1}{2},$$

$$p/n = 0,\ x_p[n] = \frac{1}{2}\left[1+1\right] = 1.$$



Classificação dos Sinais

Sinal $x[n] = \begin{cases} 1, & p/\ n \geq 0 \\ 0, & p/\ n < 0 \end{cases}$



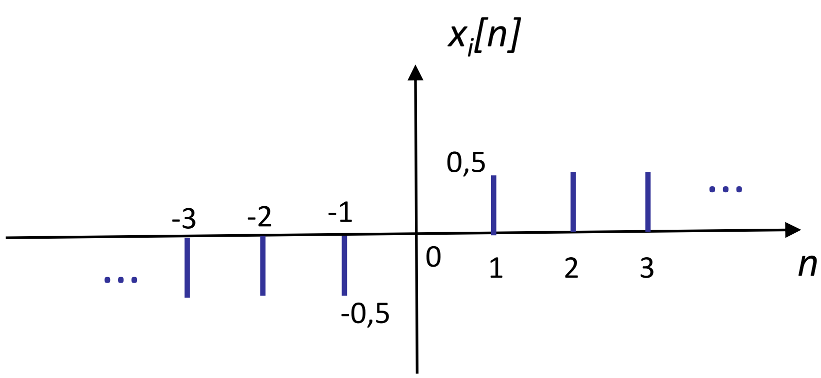
Cálculo da componente ímpar:

$$x_i[n] = \frac{1}{2}\left[x[n] - x[-n]\right]$$

$$p/n > 0,\ x_i[n] = \frac{1}{2}\left[1 - 0\right] = \frac{1}{2},$$

$$p/n < 0,\ x_i[n] = \frac{1}{2}\left[0 - 1\right] = \frac{-1}{2},$$

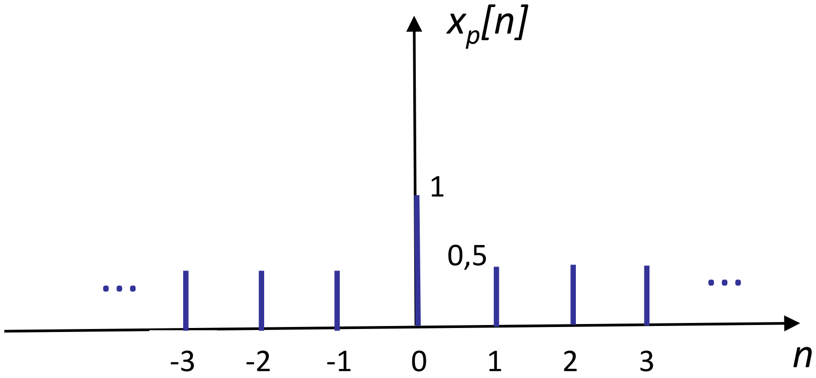
$$p/n = 0,\ x_i[n] = \frac{1}{2}\left[1 - 1\right] = 0.$$

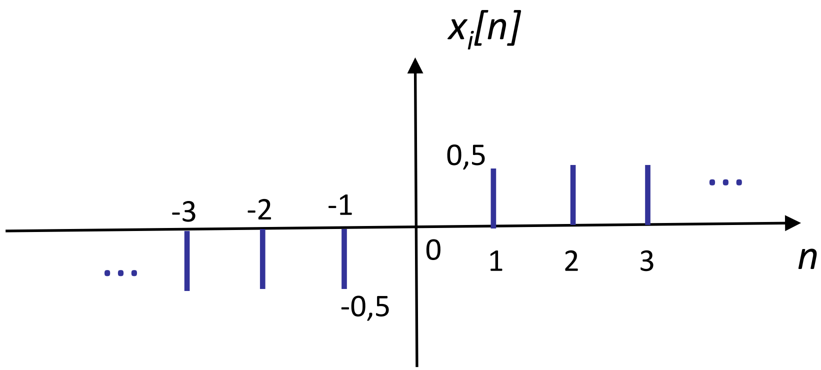


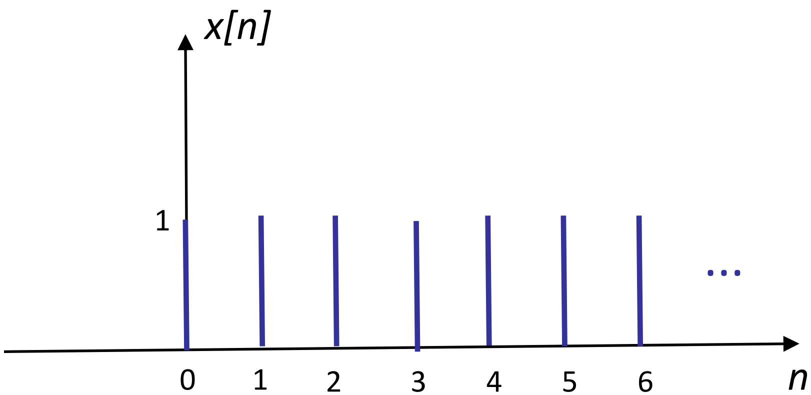
Classificação dos Sinais

Observe que, como $x[n] = x_p[n] + x_i[n]$ x_i poderia ser obtido pela diferença

$$x_i[n] = x[n] - x_p[n]$$







Classificação dos Sinais

Para sinais de valores complexos, considera-se a ***simetria conjugada.***

Um sinal $x(t)$ de valor complexo é ***conjugado simétrico*** se satisfaz à condição:

$$x(-t) = x^*(t)$$

Se $x(t) = a(t) + jb(t),\ \text{então}\ x^*(t) = a(t) - jb(t)\ \text{e}$

$$x(-t) = a(-t) + jb(-t).$$

Para que $x(-t) = x^*(t)$ é necessário que

$$a(-t) = a(t)\ \ e\ \ b(-t) = -b(t).$$

Ou seja, a ***parte real*** de $x(t)$ ***deve ser par*** e a ***parte imaginária*** de ***x(t) deve ser ímpar***.

Classificação dos Sinais

5. Sinais Periódicos e Sinais Não Periódicos

Um ***sinal*** *x(t)* é dito ***periódico*** se satisfaz à condição:

$x(t)=x(t+T)$ para todo t, sendo T uma constante positiva.

Se $T=T_o$ é o menor valor que satisfaz à condição dada, então T_o é denominado período fundamental de $x(t)$.

Observe que a condição é também satisfeita para $T=kT_o$, com $k \in N$.

O recíproco do período fundamental é chamado de ***frequência fundamental, (f_0),*** do sinal $x(t)$, medida em *Hertz (Hz)*.

Então: $f_0 = \dfrac{1}{T_0}$

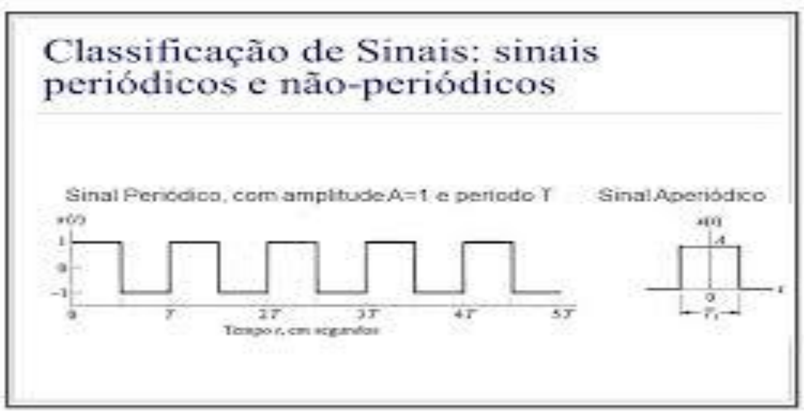
A ***frequência angular*** ω_o é definida por $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T_0}$ *ou* $\omega_0 = 2\pi f_0$,

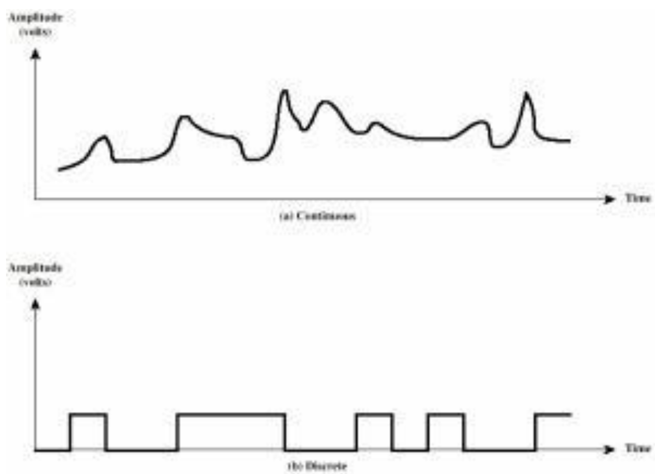
medida ***em radiano/segundo (rad/s).***

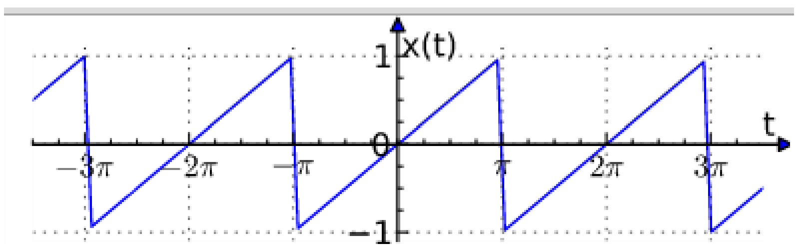
Classificação dos Sinais

5. Sinais Periódicos e Sinais Não Periódicos

Se ***não existe valor de T*** que satisfaça à condição dada, então *x(t)* é dito ***Não Periódico ou Aperiódico.***







Classificação dos Sinais

5. Sinais Periódicos e Sinais Não Periódicos

Para ***sinais discretos*** tem-se que $x[n]$ será periódico se satisfaz à condição:

$x[n] = x[n+N]$ para todos os números inteiros n, sendo N um número inteiro positivo.

O menor valor de N que satisfaz à condição dada é denominado ***período fundamental*** de $x[n]$.

A ***frequência angular fundamental*** ou simplesmente ***frequência fundamental*** de é dada por:

$$\Omega = \frac{2\pi}{N}$$

medida em radianos por amostra (rad/amostra).

Classificação dos Sinais

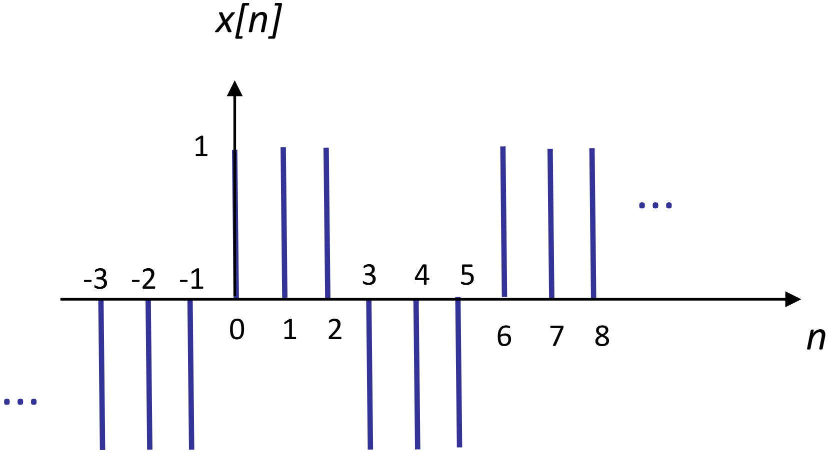
5. Sinais Periódicos e Sinais Não Periódicos

Exemplo: Seja o sinal *x[n]* conforme mostrado no gráfico abaixo.

Neste caso tem-se que $N=6$.

$$\Omega = \frac{2\pi}{N} = \frac{2\pi}{6}$$

$$\Omega = \frac{\pi}{3} rad / amostra$$



6. Sinais de Energia e Sinais de Potência

A intensidade de um sinal pode ser medida pelo valor de sua ***energia*** ou pelo valor de sua ***potência***.

Em sistemas elétricos, um sinal pode ser uma tensão ou uma corrente.

A potência instantânea sobre um resistor *R* pode ser dada por:

$$p(t) = \frac{v^2(t)}{R} \quad ou \quad p(t) = R.i^2(t)$$

Para se padronizar a medida da intensidade do sinal, sua energia e sua potência são obtidas considerando-se $R=1\Omega$.

Classificação dos Sinais

6. Sinais de Energia e Sinais de Potência

Desse modo, ***a energia e a potência do sinal*** serão funções apenas da intensidade do sinal.

Assim, ***a energia total de um sinal real*** pode ser dada por:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)\, dt \quad \text{ou ainda} \quad E = \lim_{T \to \infty} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)\, dt$$

E sua ***potência média*** será: $P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)\, dt$

Para ***sinais periódicos***, a potência média pode ser calculada sobre um período:

$$P = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)\, dt$$

Classificação dos Sinais

6. Sinais de Energia e Sinais de Potência

Um sinal pode ser classificado como ***sinal de energia*** ou ***sinal de potência.***

Um sinal é classificado como ***sinal de energia*** se $0<E<\infty$

Se a energia do sinal for infinita, não se pode medir sua intensidade pela sua energia.

Uma ***condição necessária*** para que a ***energia seja finita*** é que a amplitude do sinal tenda a zero quando $|t| \rightarrow 0$.

Caso contrário, a energia do sinal será infinita.

Classificação dos Sinais

6. Sinais de Energia e Sinais de Potência

Quando a energia do sinal for infinita pode-se usar a ***energia média*** do sinal ou ***potência do sinal*** para se medir sua intensidade.

Se $0<P<\infty$ o sinal é classificado como ***sinal de potência***.

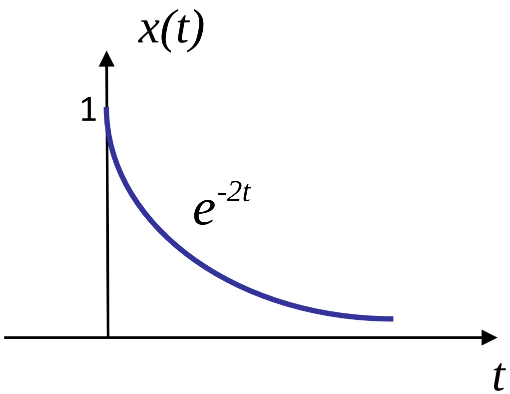
Observe que *a potência é a média temporal do quadrado da amplitude do sinal*, ou seja, ***o valor médio quadrático*** de $x(t)$.

A raiz quadrada de P é o chamado valor ***rms*** (*root mean square*), ou ***a raiz média quadrática*** do sinal.

Classificação dos Sinais

6. Sinais de Energia e Sinais de Potência

Exemplos:

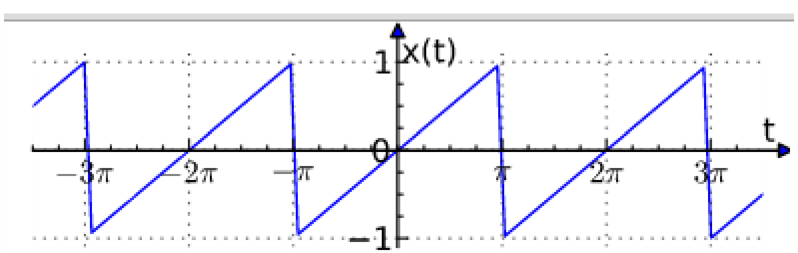


Sinal de Energia

$$E_x = \int_{-\propto}^{\propto} x^2(t)\, dt = \int_0^{\propto} (e^{-2t})^2\, dt = \int_0^{\propto} e^{-4t}\, dt =$$

$$\frac{-1}{4}\left[e^{-4t}\right]_0^{\propto} = \frac{-1}{4}[0 - 1] = 0{,}25\ J$$

Sinal de Potência $T=2\pi$



$$P_x = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)\, dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{1}{\pi}t\right)^2 dt =$$

$$\frac{1}{2\pi^3}\left[\frac{1}{3}t^3\right]_{-\pi}^{\pi} = \frac{1}{6\pi^3}\left[\pi^3 - (-\pi)^3\right] = \frac{2\pi^3}{6\pi^3} = \frac{1}{3}W$$

6. Sinais de Energia e Sinais de Potência

As definições de energia e potência de um sinal pode ser generalizada para um ***sinal complexo*** *x(t)*, sendo dada por:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 \, dt \quad e \quad P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 \, dt$$

Classificação dos Sinais

6. Sinais de Energia e Sinais de Potência

No caso de um ***sinal de tempo discreto***, as integrais são substituídas pelas somas correspondentes:

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2[n] \quad e \quad P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N} \sum_{-N}^{N} x^2[n] \quad ou \quad P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-N}^{N} x^2[n]$$

Para ***sinais periódicos*** com período fundamental N, tem-se que:

$$P = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^2[n]$$

Classificação dos Sinais

EXERCÍCIOS

Livro do Haykin:

1.1 - a, b; 1.2 - a, b, f, g, h; 1.3; 1.4- a, b, c, d; 1.5 ao 1.8;

Livro do Lathi:

Exemplos 1.1 e 1.2.

Exercícios 1.1 e 1.2