Universidade Federal do Vale do São Francisco
Curso de Engenharia da Computação

Computação Gráfica - 05

Prof. Jorge Cavalcanti
jorge.cavalcanti@univasf.edu.br
www.univasf.edu.br/~jorge.cavalcanti
www.twitter.com/jorgecav

Sistemas de Referência

- Um sistema de coordenada é denominado de **Sistema de Referência** quando servir para alguma finalidade específica;
- Aspectos a serem observados na definição de um sistema de referência:
  - Unidade de referência básica;
  - Limites extremos dos valores aceitos para descrever os objetos.
- Alguns sistemas recebem denominação especial:
  - Sistema de Referência do Universo – **SRU**;
  - Sistema de Referência do Objeto – **SRO**;
  - Sistema de Referência Normalizado – **SRN**;
  - Sistema de Referência do Dispositivo – **SRD**.

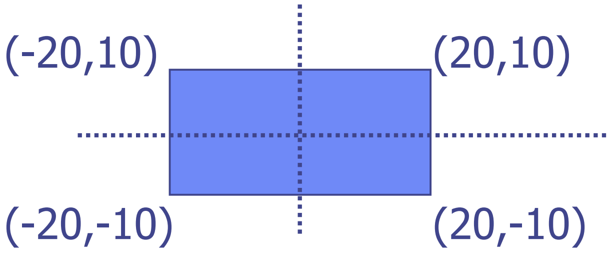
Sistemas de Referência

- Sistema de Referência do Universo – **SRU**
  - Descreve os objetos em termos das coordenadas utilizadas pelo usuário em determinada aplicação;
  - Cada tipo de aplicação especifica o seu universo de trabalho próprio.
  - Por exemplo, uma aplicação CAD de arquitetura o universo é dado em metros ou centímetros. Para uma aplicação de mecânica de precisão, o universo estará em milímetros ou nanômetros.
  - Cada um destes sistemas tem uma escala e seus limites extremos (coordenadas mínimas e máximas do universo).

Limite: 100 cm

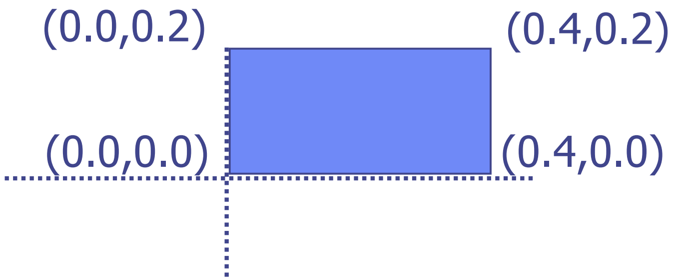
Sistemas de Referência

- Sistema de Referência do Objeto – **SRO**
  - É o sistema de coordenadas onde se definem os modelos dos objetos da aplicação.
  - Trata o objeto como um miniuniverso individual;
  - Cada objeto tem suas particularidades descritas em função de seu sistema;
  - Geralmente o centro do sistema de coordenadas coincide com o seu centro de gravidade (pivô).



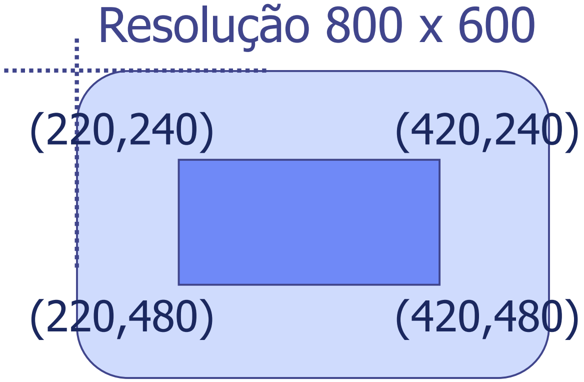
Sistemas de Referência

- Sistema de Referência Normalizado – **SRN**;
  - Trabalha com coordenadas normalizadas (valores entre 0 e 1, onde $0 \leq x \leq 1$ e $0 \leq y \leq 1$);
  - Serve como um sistema de referência intermediário entre o SRU e o SRD;
  - Torna a geração das imagens independente do dispositivo.



Sistemas de Referência

- Sistema de Referência do Dispositivo – **SRD**
  - Utiliza coordenadas que podem ser fornecidas diretamente para um dispositivo de saída específico;
  - Em vídeo pode indicar o número máximo de pixels que podem ser acesos ou a resolução especificada na configuração do sistema operacional.
    - Ex. (800 x 600), (1.024 x768)
    - Nesse caso, a origem é o canto superior esquerdo do dispositivo.

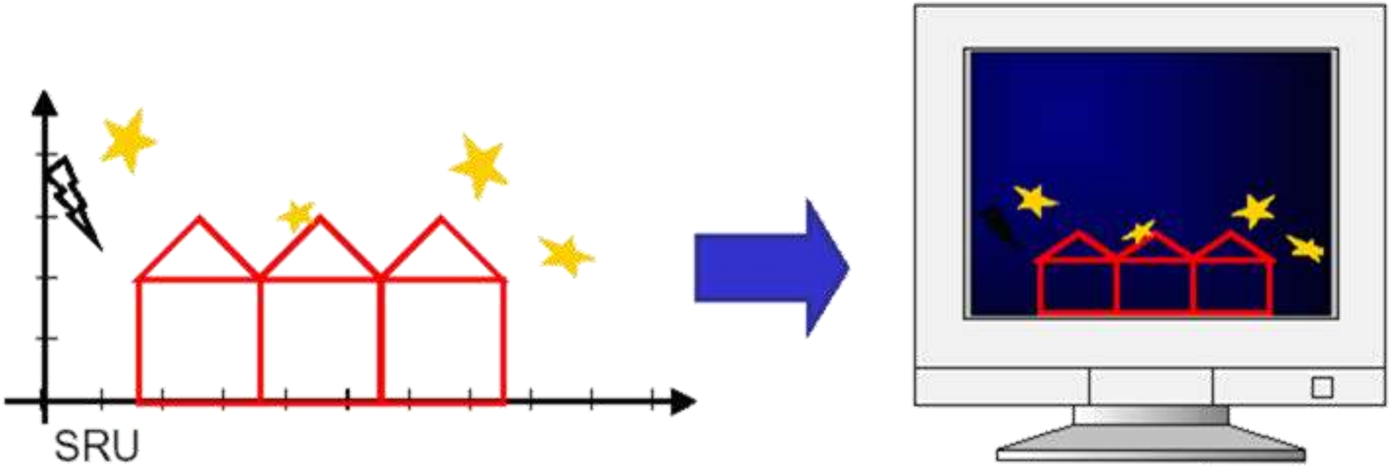


Conversões entre Sistemas de Referência

- Normalmente quando se cria um modelo as informações gráficas dizem respeito à aplicação e não ao dispositivo.
- Para visualizar dados num dispositivo gráfico qualquer, é necessário que se efetue algumas transformações entre os sistemas de referência estudados.
- Para tal é preciso definir as razões e proporções entre cada um dos sistemas.
- O Processo de conversão é chamado de **Mapeamento** e é uma das etapas do processo de visualização de imagens 2D e 3D (a ser visto em breve).

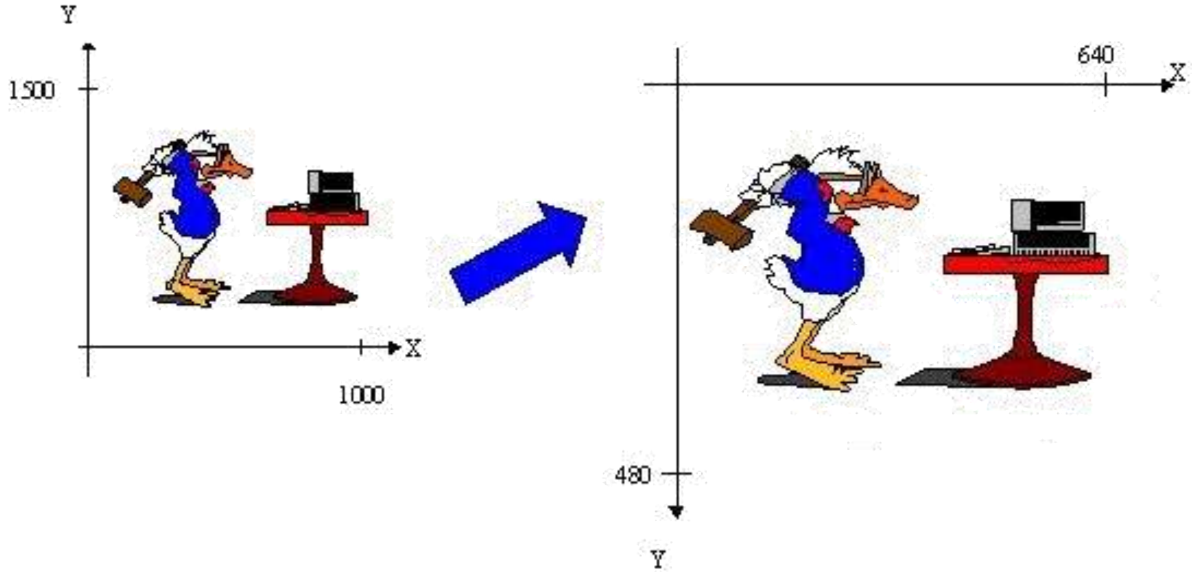
Conversões entre Sistemas de Referência

- **Mapeamento**
  - Permite que se exiba em uma tela, ou em outro dispositivo, um conjunto de instâncias com coordenadas totalmente diferentes daquelas nas quais a tela está definida.
  - Nas figuras a seguir pode-se observar um exemplo de um desenho criado em coordenadas totalmente distintas da tela sendo mapeado para a mesma



Conversões entre Sistemas de Referência

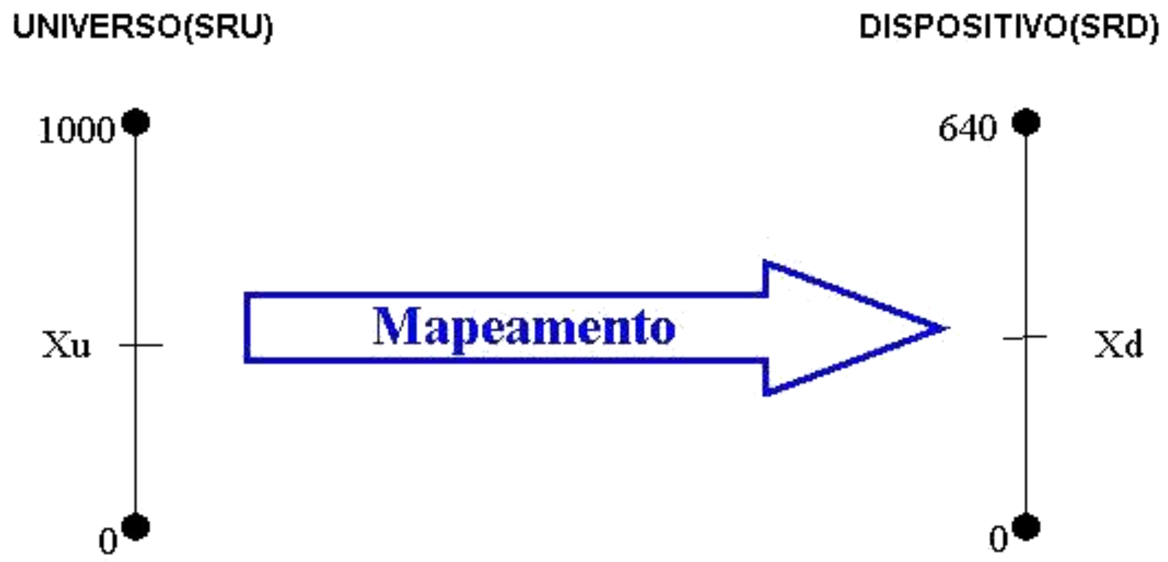
- Como fazer o mapeamento de uma imagem?



	Limites do SRU	Limites do SRD
Mínimo	(0,0)	(0,0)
Máximo	(1000,1500)	(640,480)

Conversões entre Sistemas de Referência

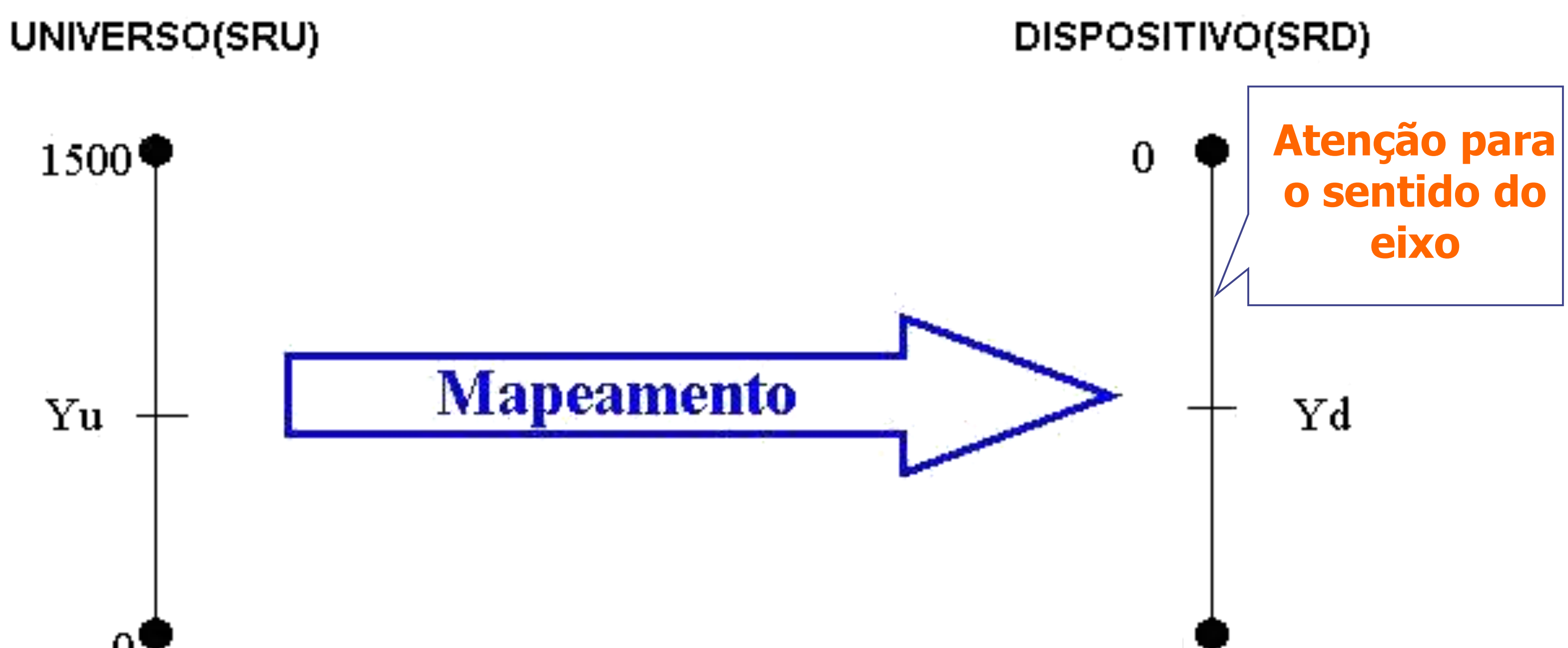
- Componente x:



$$\frac{Xd - 0}{Xu - 0} = \frac{640 - 0}{1.000 - 0} \quad \text{ou} \quad Xd = \frac{Xu * 640}{1.000}$$

Conversões entre Sistemas de Referência

- Componente y:



$$\frac{Yd - 480}{Yu - 0} = \frac{0 - 480}{1500 - 0} \quad \text{ou} \quad Yd = \frac{Yu * (-480)}{1500} + 480$$

As equações de conversão são:

Xd = (Xu * 640)/1000 e **Yd =[(Yu * (-480)/1500)]+480**

Conversões entre Sistemas de Referência

Exercício: Considere um SRU com Xu_{min}=0 e Xu_{max}=10, Yu_{min}=0, Yu_{max}=8, e que o objeto definido pelos pontos abaixo foi mapeado para um dispositivo de 1280 X 1024.

Apresente as coordenadas do objeto no SRD.

$P_1=(3,2)$
$P_2=(4,7)$

$P_3=(5,2)$
$P_4=(2,6)$
$P_5=(6,6)$

Conversões entre Sistemas de Referência

Atividade: Escrever um programa que, dado um ponto em um sistema de referência (SRU ou SRD), o sistema calcule o ponto do outro sistema.

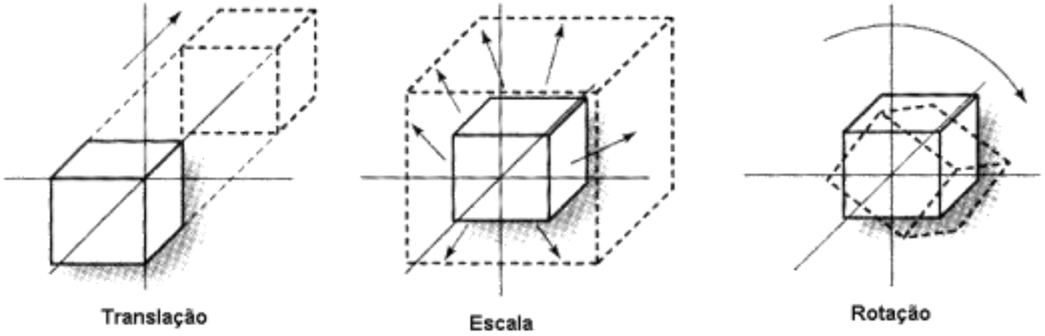
Entrada: Sistema origem; sistema destino; Xmin, Xmax, Ymin, Ymax nos dois sistemas; Coordenadas no sistema de origem. Incluir loops para novas entradas.

Saída: Coordenadas no sistema de destino.

Enviar por e-mail o código.

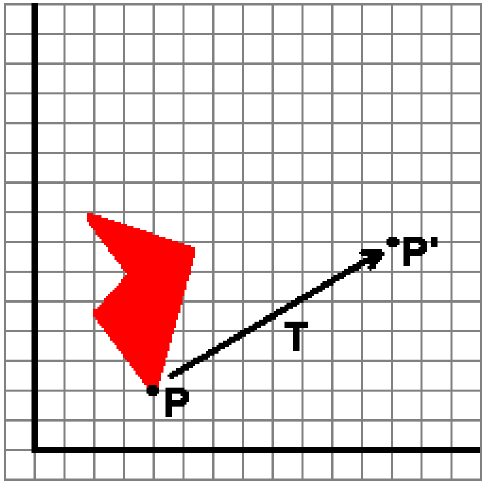
Transformações Geométricas 2D

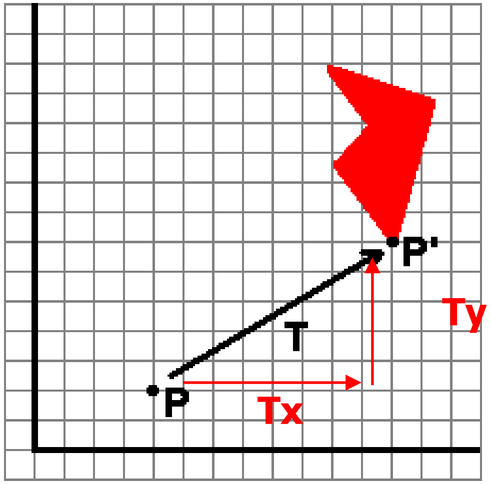
- São operações que podem alterar algumas características do objeto a ser desenhado;
- Transformações geométricas podem ser representadas por equações;
- Permitem representar um objeto em diversas posições no espaço;
- Importante em diversas aplicações de computação gráfica.
- Tipos:
  - Translação
  - Rotação
  - Escala
  - Cisalhamento
  - Reflexão



Transformações Geométricas 2D

- **Translação**
  - Transladar significa movimentar o objeto. Transladamos um objeto transladando todos os seus pontos.
  - É possível efetuar a translação de pontos no plano (x,y) adicionando quantidades às suas coordenadas.
  - Cada ponto em (x,y) pode ser movido por Tx unidades em relação ao eixo x, e por Ty unidades em relação ao eixo y.



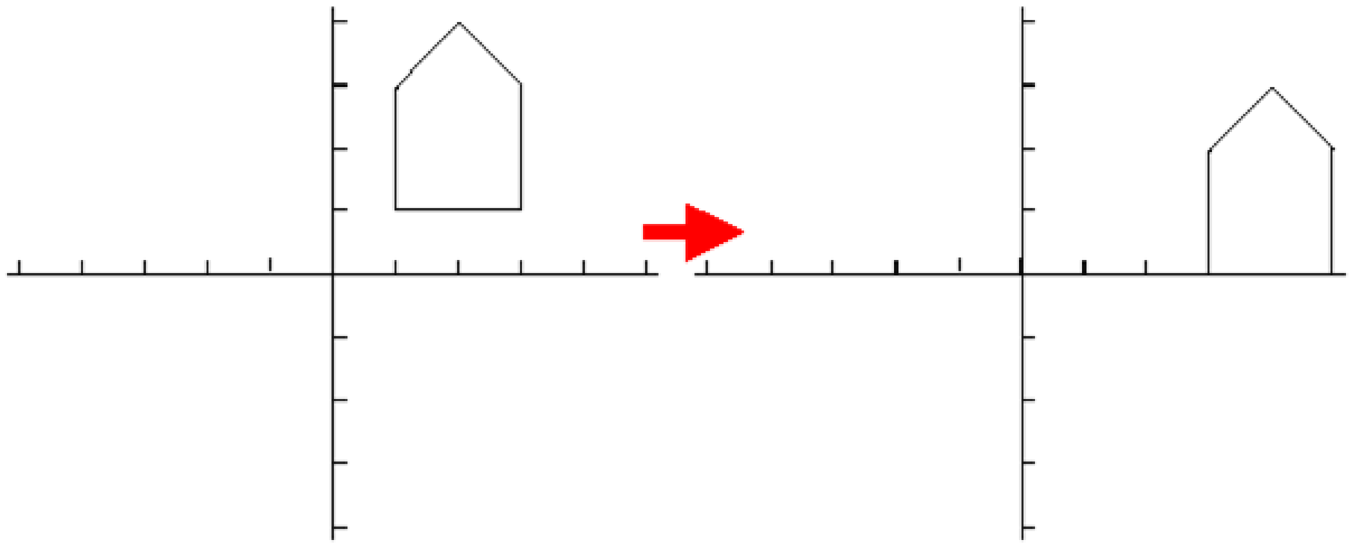


Transformações Geométricas 2D

- **Translação**
  - A nova posição do ponto (x,y) passa a ser (x´,y´), que pode ser escrito como:
    - $x' = x + Tx$
    - $y' = y + Ty$
  - O mesmo ocorre se o ponto P for definido em 3D pelas coordenadas (x,y,z).
  - O ponto p definido por (x,y,z) pode ser reposicionado pelo uso de fatores de translação.
    - $x' = x + Tx$
    - $y' = y + Ty$
    - $z' = z + Tz$
  - Com a notação matricial, essa translação ficaria da seguinte forma:
    - $[x',y',z'] = [x,y,z] + [Tx,Ty,Tz]$

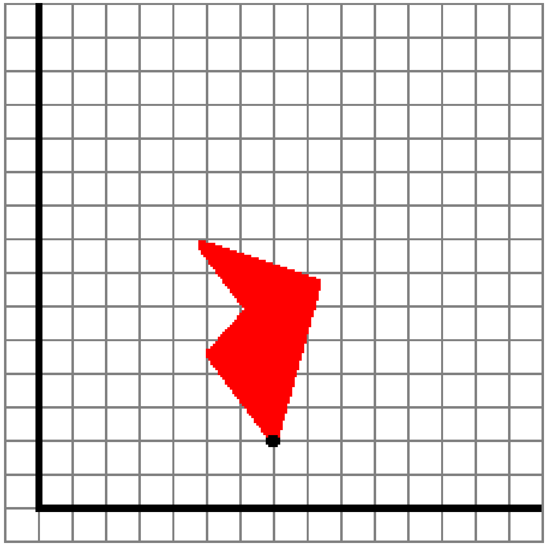
Transformações Geométricas 2D

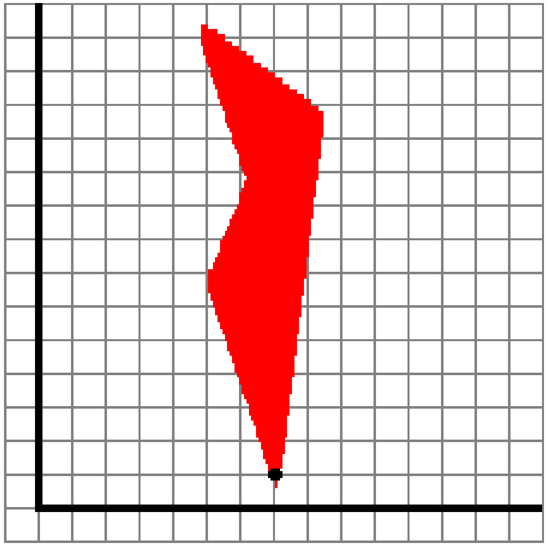
- **Translação**
  - Exemplo: $T_X = 2$ e $T_Y = -1$



Transformações Geométricas 2D

- **Escala**
  - Redimensiona o objeto;
  - Os valores das coordenadas de cada ponto é modificado a partir da multiplicação por fatores de escala;
  - Se o objeto não estiver definido em relação à origem ocorrerá também uma translação.



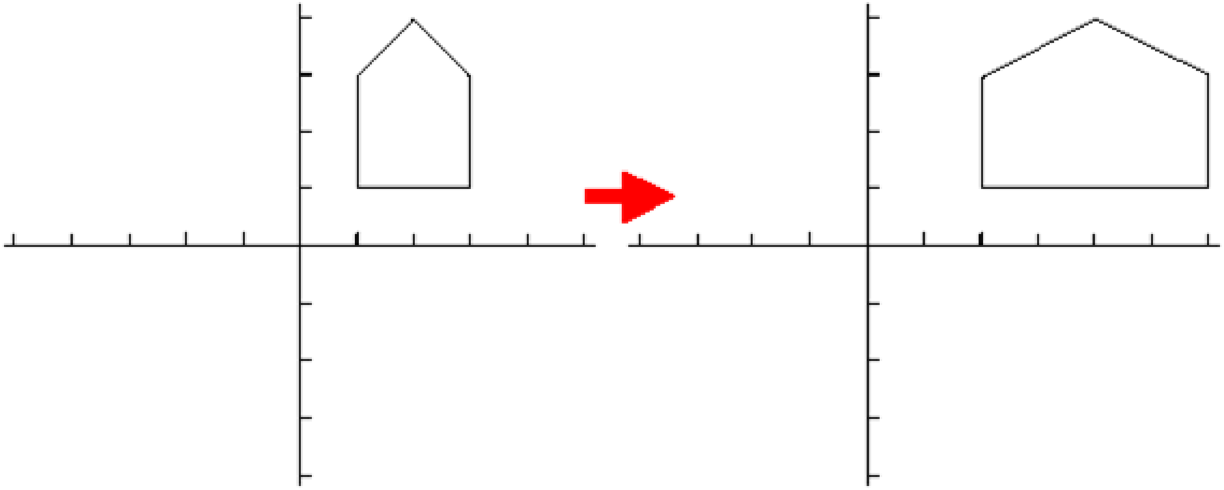


Transformações Geométricas 2D

- **Escala**
  - Exemplo:
    - $x' = x * S_x$
    - $y' = y * S_y$
  - Representação no formato matricial:
    - $[x', y'] = [x,y] * \begin{pmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{pmatrix}$
  - De acordo com os valores atribuídos a Sx e Sy podem ocorrer as seguintes situações:
    - Se Sx, Sy > 1 – objeto será ampliado;
    - Se Sx, Sy < 1 – objeto será reduzido;
    - Se Sx = Sy – objeto manterá proporções relativas em x e y;
    - Se Sx <> Sy – objeto será deformado.

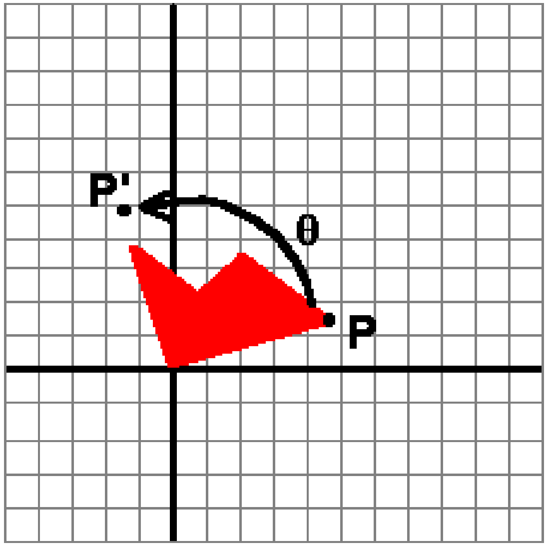
Transformações Geométricas 2D

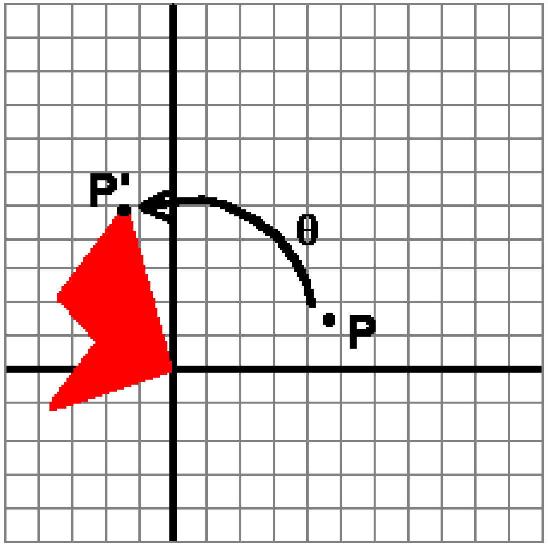
- **Escala**
  - Exemplo: $E_X = 2$ e $E_Y = 1$



Transformações Geométricas 2D

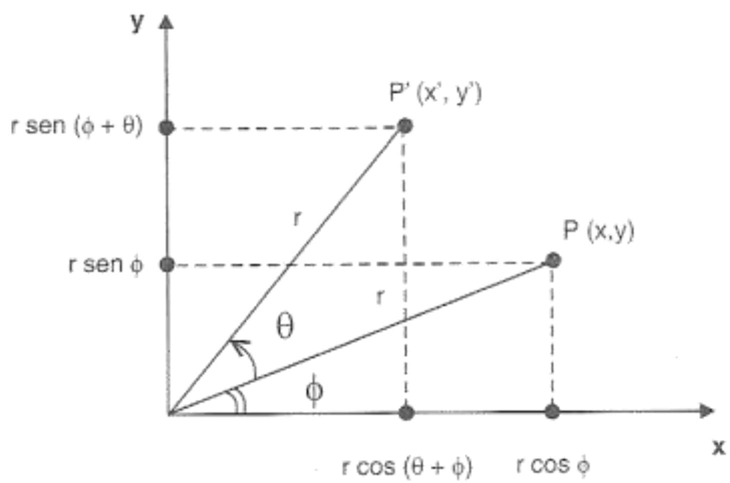
- **Rotação**
  - Gira o objeto em torno da origem, a partir de um ângulo θ
  - Se o objeto não estiver definido na origem, ocorrerá também uma translação.





Transformações Geométricas 2D

- **Rotação**
  - Se um ponto de coordenadas (x,y), distante $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ da origem do sistema de coordenadas, for rotacionado de um ângulo θ em torno da origem, suas coordenadas, que antes eram definidas como $x = r \cos(\phi)$, $y = r \operatorname{sen}(\phi)$, passam a ser descritas como (x´,y´) dadas por:
    - $x' = r \cdot \cos(\theta + \phi) = r \cdot \cos\phi \cdot \cos\theta - r \cdot \operatorname{sen}\phi \cdot \operatorname{sen}\theta$
    - $y' = r \cdot \operatorname{sen}(\theta + \phi) = r \cdot \operatorname{sen}\phi \cdot \cos\theta + r \cdot \cos\phi \cdot \operatorname{sen}\theta$



Transformações Geométricas 2D

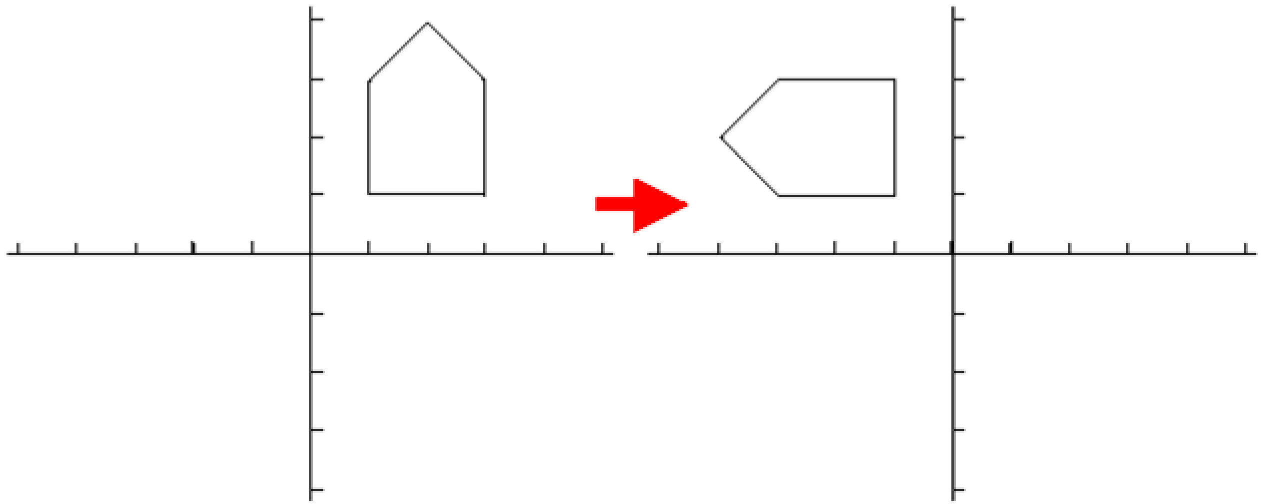
- **Rotação**
  - Equivalente a expressão:
    - **$x' = x \cos(\theta) - y \,\mathrm{sen}(\theta)$**
    - **$y' = y \cos(\theta) + x \,\mathrm{sen}(\theta)$**
  - As expressões anteriores, podem ser descritas pela multiplicação do vetor de coordenadas do ponto (x,y) pela matriz:

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & \mathrm{sen}\,\theta \\ -\mathrm{sen}\,\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

  - Essa matriz é denominada matriz de rotação no plano xy por um ângulo θ.

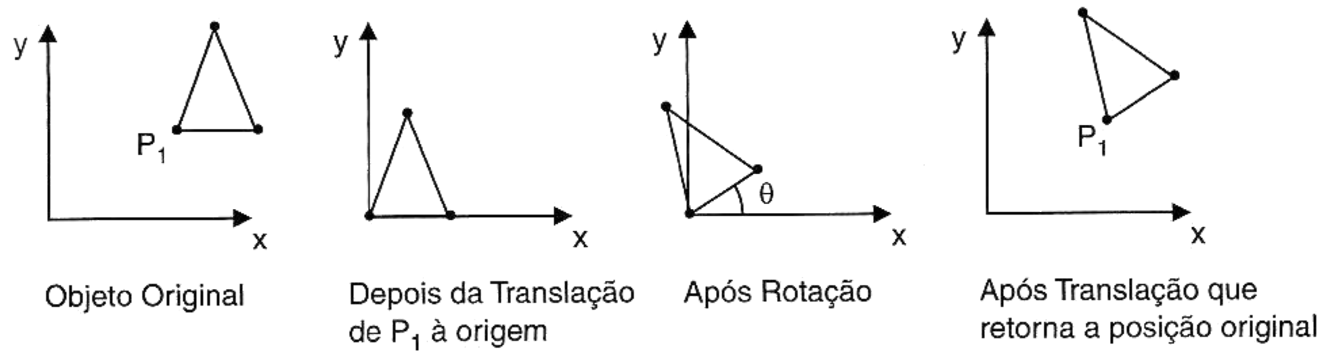
Transformações Geométricas 2D

- **Rotação**
  - Exemplo: $\alpha = 90°$



Transformações Geométricas 2D

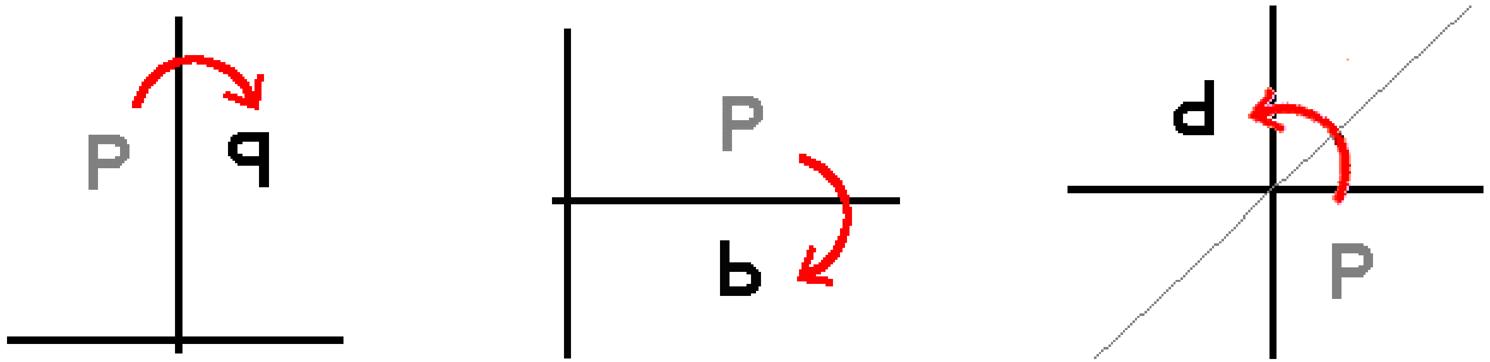
- **Rotação com eixo fora da origem (ponto qualquer)**
  - Translação para origem → Rotação → Translação para a posição original.



  - E as novas coordenadas podem ser obtidas a partir de:
    - $X' = (X-Xr)*\cos\theta - (Y-Yr)*\text{ sen }\theta$
    - $Y' = (Y-Yr)*\cos\theta + (X-Xr)*\text{ sen }\theta$
    - (Xr, Yr) é o ponto de referência em torno do qual será feita a rotação.

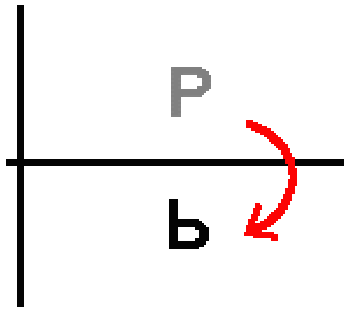
Transformações Geométricas 2D

- **Reflexão**
  - Também conhecida como espelhamento ("*flip*");
  - Produz um novo objeto espelhado;
  - Pode ser considerado sobre o eixo vertical ou horizontal, ou ainda, em torno de ambos os eixos;



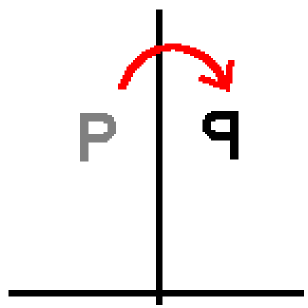
Transformações Geométricas 2D

- **Reflexão**
  - A reflexão é possível através da inversão de coordenadas, conforme a matriz de transformação adequada:
  - Reflexão em X (inversão de Y)



$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

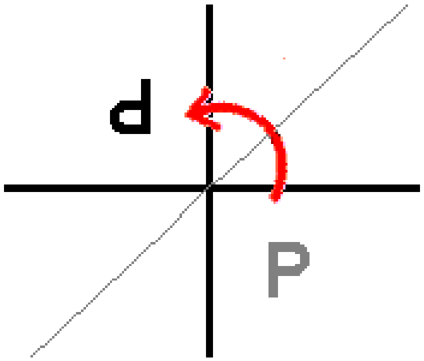
  - Reflexão em Y (inversão de X)



$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Transformações Geométricas 2D

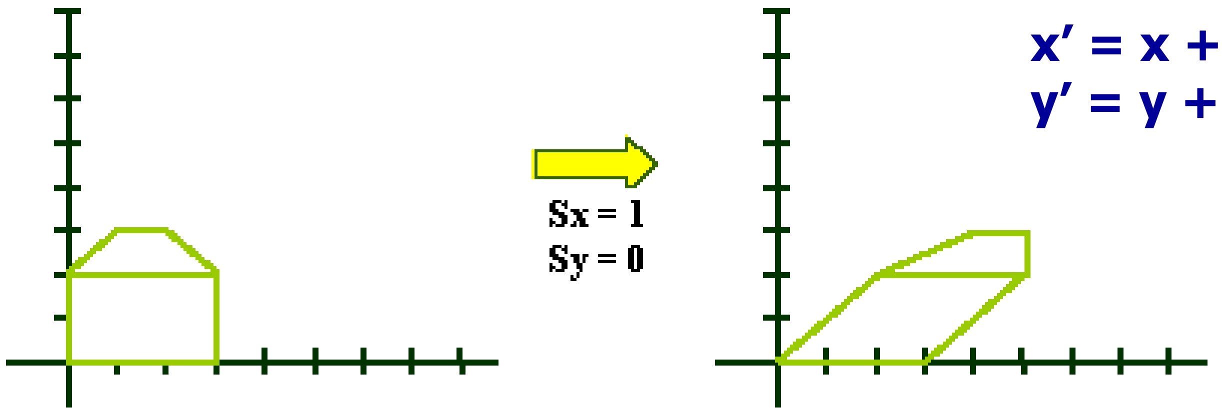
- **Reflexão**
  - Reflexão em torno da origem XY



$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Transformações Geométricas 2D

- **Cisalhamento**
  - Cisalhamento (*Shearing ou Skew*) é uma transformação que distorce o formato do objeto;
  - Deforma o objeto linearmente, ao longo do eixo X, do eixo Y ou de ambos.



$$x' = x + S_x y$$
$$y' = y + S_y x$$

Transformações Geométricas 2D

- **Cisalhamento**
  - Uma distorção na direção x, proporcional a coordenada y, pode ser produzida com a seguinte matriz de transformação:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ S & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

  - Nesse exemplo, as coordenadas do objeto são transformadas da seguinte forma:
    - $x' = x + Sy$, $y' = y$ e $z' = z$
    - S é um valor fixo qualquer.

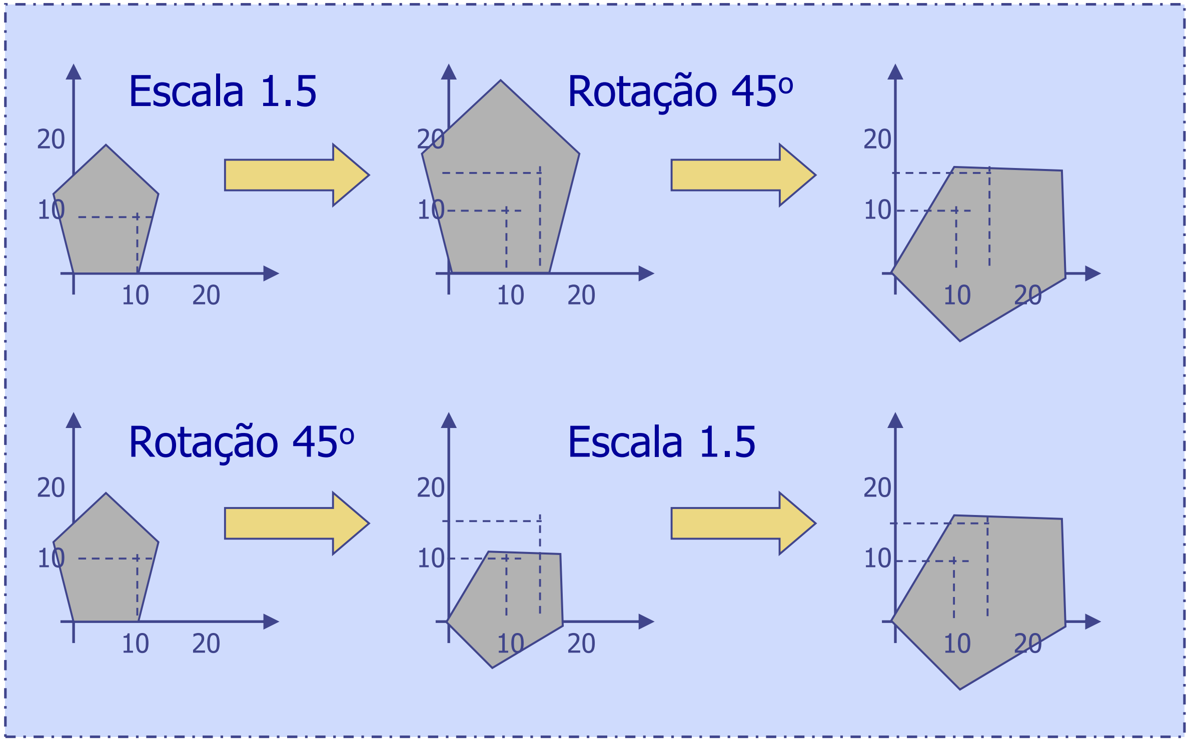
Transformações Geométricas 2D

- **A ordem das transformações**
  - A questão deve ser considerada na composição de matrizes;
  - A ordem da multiplicação das matrizes, assim como da aplicação das transformações geométricas, altera a matriz resultante.

rotação . escala = escala . rotação
translação . escala ≠ escala . translação
translação . rotação ≠ rotação . translação

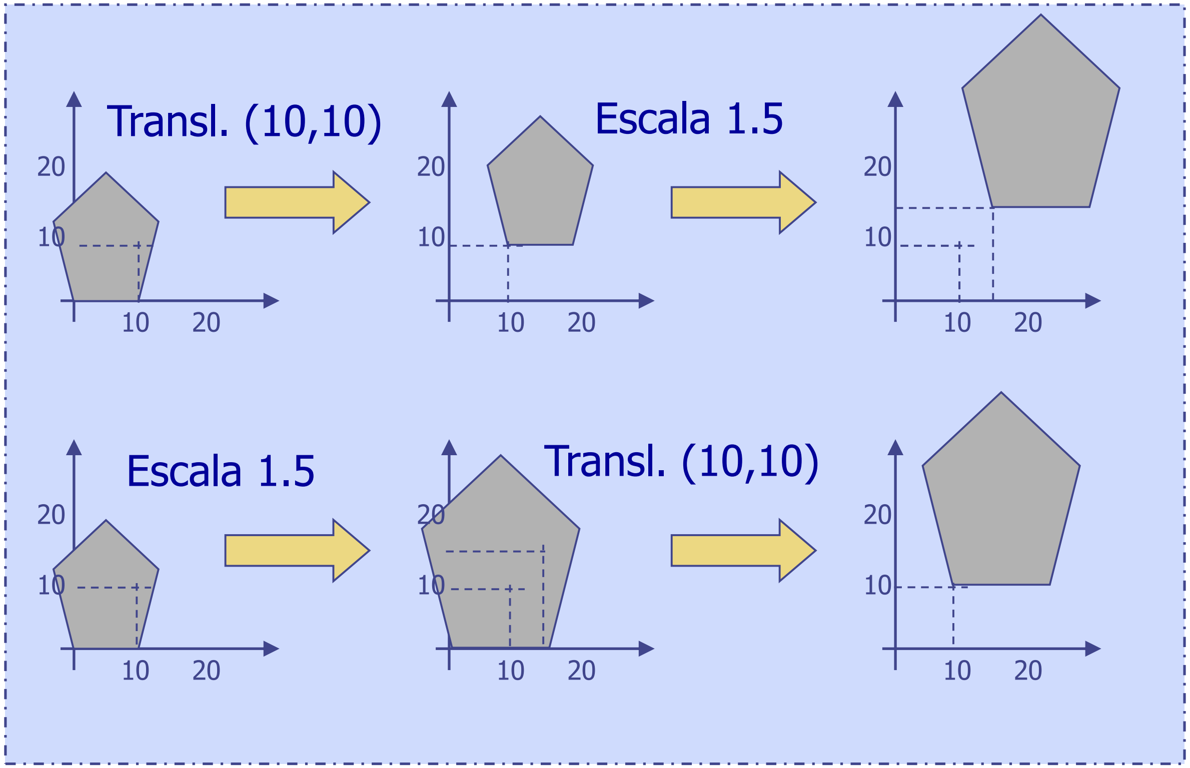
Transformações Geométricas 2D

- **A ordem das transformações**



Transformações Geométricas 2D

- **A ordem das transformações**



Transformações Geométricas 2D

- **Coordenadas Homogêneas**
  - A aplicação sucessiva de várias composições pode levar à perda de precisão, além de uma evidente sobrecarga de cálculos.
  - As transformações compostas podem ser mais otimizadas com o uso de coordenadas homogêneas.
  - **Coordenadas homogêneas** são uma representação especial de pontos, vetores e matrizes a qual facilita a generalização das operações entre esses tipos de objetos.
  - A idéia é representar um ponto (x,y) por (x,y,h), onde h assume o valor da unidade (x,y,1).
  - Ao se expressar posições em coordenadas homogêneas, as equações de transformações geométricas ficam reduzidas a multiplicação de matrizes de 3 X 3 elementos.

Transformações Geométricas 2D

- **Coordenadas Homogêneas**
  - As coordenadas originais são representadas por colunas (vetores) de três elementos:
  - **Translação**

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & Tx \\ 0 & 1 & Ty \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{P'}=\mathbf{T}(Tx,Ty)\ .\ \mathbf{P}$$

  - **Rotação**

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{P'}=\mathbf{R}(\theta)\ .\ \mathbf{P}$$

  - **Escala**

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{P'}=\mathbf{S}(Sx,Sy)\ .\ \mathbf{P}$$

Transformações Geométricas 2D

- **Coordenadas Homogêneas - Concatenações**
  - **Translação** – Se duas translações sucessivas são aplicadas a uma posição **P**, a posição **P´** é dada por **P´**=**T**(Tx_1,Ty_1) . {**T**(Tx_2,Ty_2) . **P**} = {**T**(Tx_1,Ty_1) . **T**(Tx_2,Ty_2)}.**P**
  - Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & Tx_2 \\ 0 & 1 & Ty_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 & Tx_1 \\ 0 & 1 & Ty_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & Tx_2 + Tx_1 \\ 0 & 1 & Ty_2 + Ty_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ou **T**(Tx_1,Ty_1) . **T**(Tx_2,Ty_2). = **T**(Tx_1+ $Tx_{2,}$, Ty_1+Ty_2)
As translações consecutivas são aditivas.

Transformações Geométricas 2D

- **Coordenadas Homogêneas - Concatenações**
  - **Rotação** – Se duas rotações sucessivas são aplicadas a uma posição **P**, a posição **P´** é dada por **P´**=**R**(θ_1) . {**R**(θ_2). **P**} = {**R**(θ_1) . {**R**(θ_2)}.**P**
  - Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\operatorname{sen}\theta_1 & 0 \\ \operatorname{sen}\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\operatorname{sen}\theta_2 & 0 \\ \operatorname{sen}\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta_1\cos\theta_2 - \operatorname{sen}\theta_1\operatorname{sen}\theta_2 & -\cos\theta_1\operatorname{sen}\theta_2 - \operatorname{sen}\theta_1\cos\theta_2 & 0 \\ \operatorname{sen}\theta_1\cos\theta_2 + \cos\theta_1\operatorname{sen}\theta_2 & -\operatorname{sen}\theta_1\operatorname{sen}\theta_2 + \cos\theta_1\cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Como:

$$\cos\theta_1\cos\theta_2 - \operatorname{sen}\theta_1\operatorname{sen}\theta_2 = \cos(\theta_1 + \theta_2)$$
$$\operatorname{sen}\theta_1\cos\theta_2 + \cos\theta_1\operatorname{sen}\theta_2 = \operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2)$$

Transformações Geométricas 2D

- **Coordenadas Homogêneas - Concatenações**
  - **Rotação (Cont.)**

    Então:

$$\begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\operatorname{sen}\theta_1 & 0 \\ \operatorname{sen}\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\operatorname{sen}\theta_2 & 0 \\ \operatorname{sen}\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_1+\theta_2) & -\operatorname{sen}(\theta_1+\theta_2) & 0 \\ \operatorname{sen}(\theta_1+\theta_2) & \cos(\theta_1+\theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ou $\mathbf{R}(\theta_1)\ .\ \mathbf{R}(\theta_2) = \mathbf{R}(\theta_1 + \theta_2)$

As rotações consecutivas são aditivas.

Transformações Geométricas 2D

- **Coordenadas Homogêneas**
  - **Escala -** Se duas escalas sucessivas são aplicadas a uma posição **P**, a posição **P´** é dada por **P´=S**(Sx_1,Sy_1) . {**T**(Sx_2,Sy_2) . **P**} = {**S**(Sx_1,Sy_1) . S(Sx_2,Sy_2)}.**P**

$$\begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Sx_2 & 0 & 0 \\ 0 & Sy_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} Sx_1 & 0 & 0 \\ 0 & Sy_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Sx_1Sx_2 & 0 & 0 \\ 0 & Sy_1Sy_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ou **S**(Sx_1,Sy_1) . **S**(Sx_2,Sy_2). = **S**($Sx_1Sx_{2,}$, Sy_1Sy_2)
As escalas consecutivas são multiplicativas.