



UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO  
COLEGIADO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

## LABORATÓRIO DE CONTROLE I

Experimento 3:

### APLICAÇÃO DE CONTROLADORES A SISTEMAS DE 1ª ORDEM E 2º ORDEM

COLEGIADO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DISCENTES: Lucas Pires Barbosa

Quelle Gomes dos Santos

Rafael Pereira Lima

Vital Pereira Batista Júnior

PROFESSOR: Eduard Montgomery

JUAZEIRO-BA

2010

## OBJETIVO

Entender como se utilizam os controladores para melhorar respostas dos sistemas de 1ª ordem e de 2ª ordem quando excitados por uma entrada de pulso unitário e impulso.

## INTRODUÇÃO

Um sistema que estabeleça uma relação de comparação entre a saída e a entrada de referência, utilizando a diferença como meio de controle, é denominado *sistema de controle com realimentação*. Um exemplo poderia ser o sistema de controle de temperatura de um ambiente. Medindo-se a temperatura ambiente real e comparando-a com a temperatura de referência, o termostato ativa ou desativa o equipamento de aquecimento ou resfriamento, de modo que assegure que a temperatura ambiente permaneça em um nível confortável, independente das condições exteriores.

Os sistemas de controle com realimentação são, com freqüência, denominados também *sistemas de controle de malha fechada*. Na prática, os termos controle com realimentação e controle de malha fechada são usados instintivamente. Em um sistema de controle de malha fechada, o sinal de erro atuante, que é a diferença entre o sinal de entrada e o sinal de realimentação (que pode ser o próprio sinal de saída ou uma função do sinal de saída e suas derivadas e/ou integrais), realimenta o controlador, de modo que minimize o erro e acerte a saída do sistema ao valor desejado. O termo 'controle de malha fechada' sempre implica a utilização do controle com realimentação para efeito de reduzir o erro do sistema.

Discute-se agora o comportamento dos sistemas de 1ª ordem sem zeros para que as especificações de desempenho desses sistemas sejam definidas. Um sistema de 1ª ordem pode ser descrito pela função de transferência mostrada na Eq.(1). Se a entrada for um degrau unitário, onde  $R(s) = 1/s$ , a transformada de Laplace da resposta ao degrau é  $C(s)$ , onde,

$$C(s) = R(s)G(s) = \frac{a}{s(s + a)} \quad (1)$$

Aplicando-se a transformada inversa, a resposta ao degrau pode ser expressa como

$$c(t) = c_f(t) + c_n(t) = 1 - e^{-at} \quad (2)$$

Onde o pólo de entrada na origem gerou a resposta forçada  $c_f(t)=1$ , e o pólo do sistema em  $-a$  gerou a resposta natural  $c_n(t)=-e^{-at}$ . A Eq.(2) é representada pela fig.1.

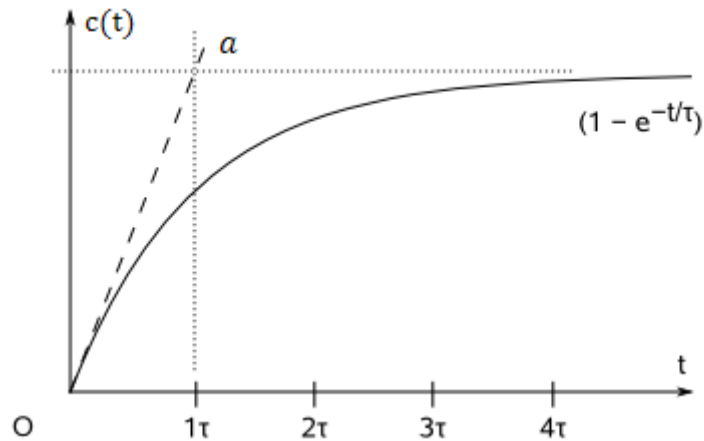


Fig. 1: Resposta de um sistema de 1ª ordem por um degrau unitário

Examina-se agora o significado do parâmetro  $a$ , o único parâmetro necessário para descrever a resposta transiente. Quando  $t = 1/a$ ,

$$e^{-at} |_{t=1/a} = e^{-1} = 0,37 \quad (3)$$

Ou

$$c(t) |_{t=1/a} = 1 - e^{-at} |_{t=1/a} = 1 - 0,37 = 0,63 \quad (4)$$

Utilizam-se as equações 2, 3 e 4 para definir as três especificações da resposta transiente.

Denomina-se o fator  $1/a$  *constante de tempo* da resposta pela Eq.(3) a constante de tempo  $e^{-at}$  decair para 37% de seu valor inicial.

O inverso da constante de tempo possui as unidades (1/segundo), ou frequência. Assim, pode-se chamar o parâmetro  $a$  de *freqüência exponencial*. Assim a constante de tempo pode ser considerada uma especificação da resposta transiente para um sistema de 1ª ordem, uma vez que ela está relacionada à velocidade com a qual o sistema responde a entrada em degrau.

O tempo de subida é definido como o tempo necessário para que a forma de onda partindo de 10% de seu valor final atinja 90% desse valor. O tempo de subida é obtido resolvendo-se a Eq.(2) para a diferença no tempo entre  $c(t)=0,9$  e  $c(t)=0,1$ . Portanto,

$$T_r = \frac{2,31}{a} - \frac{0,11}{a} = \frac{2,2}{a} \quad (5)$$

O tempo de assentamento é definido como o tempo para a resposta alcançar uma faixa de valores de 2% em torno de seu valor final e ali permanecer. Fazendo  $c(t)=0,98$  na Eq.(2) resolvendo o tempo,  $t$ , obtém-se o tempo de assentamento como sendo:

$$T_s = \frac{4}{a} \quad (6)$$

Comparativamente a simplicidade de um sistema de 1ª, um sistema de 2ª ordem exiba uma ampla faixa de respostas, as quais devem ser descritas matematicamente e analisadas fisicamente. Enquanto a variação de um parâmetro de 1ª ordem simplesmente altera a velocidade da resposta, as variações nos parâmetros de um sistema de 2ª ordem podem alterar a forma da resposta. Por exemplo, um sistema de 2ª ordem pode apresentar características muito similares a um sistema de 1ª ordem ou, dependendo dos valores de seus elementos, apresentar oscilações puras ou amortecidas para uma resposta transiente.

A ampla faixa de respostas de um sistema de 2ª ordem pode ser deduzida do diagrama de blocos da fig.2 para uma entrada degrau.

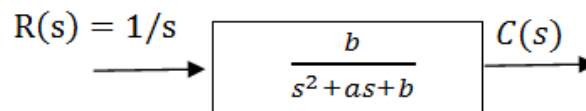


Fig. 2: Diagrama de bloco de um sistema de 2ª ordem geral

Existem duas grandezas que podem ser utilizadas para descrever as características da resposta transiente de segunda ordem da mesma forma que as constantes de tempo descrevem a resposta dos sistemas de primeira ordem. As duas freqüências são denominadas freqüência natural e fração de amortecimento. Deve-se, assim, defini-las formalmente.

A *freqüência natural* de um sistema de segunda ordem é a freqüência de oscilação do sistema sem amortecimento. Por exemplo, a freqüência de oscilação para um circuito RLC em série sem a resistência será igual à freqüência natural.

A fração de amortecimento,  $\zeta$ , é uma grandeza cuja definição pode ser estabelecida de modo a comparar a freqüência do decaimento exponencial da envoltória à freqüência natural. Também o inverso dessa dessas freqüências, que é proporcional à relação do período natural e a constante de tempo exponencial, permanece o mesmo independente da base do tempo.

Defini-se a fração de amortecimento,  $\zeta$ , como sendo:

$$\zeta = \frac{\text{Freqüência exponencial de decaimento}}{\text{Freqüência natural(rad/s)}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\text{Período natural(s)}}{\text{Constante de tempo exponencial}} \quad (7)$$

Revisa-se, agora, a descrição do sistema de segunda ordem de modo a refletir as novas definições. O sistema de segunda ordem geral mostrado na fig.2 pode ser transformado para mostrar as grandezas  $\zeta$  e  $\omega_n$ .

Considere o sistema geral:

$$G(s) = \frac{b}{s^2 + as + b} \quad (8)$$

Sem o amortecimento os pólos estariam sobre o eixo  $j\omega$  e a resposta seria uma senóide não amortecida. Para os pólos serem imaginários puros,  $a=0$ . Portanto,

$$G(s) = \frac{b}{s^2 + b} \quad (9)$$

Por definição, a freqüência natural,  $\omega_n$ , é a freqüência de oscilação desse sistema. Como os pólos desse sistema estão sobre o eixo  $j\omega$  em  $\pm j\sqrt{b}$ ,

$$\omega_n = \sqrt{b} \quad (10)$$

Assim,

$$b = \omega_n^2 \quad (11)$$

E,

$$\zeta = \frac{|\sigma|}{\omega_n} = \frac{a/2}{\omega_n} \quad (12)$$

De onde se obtém,

$$a = 2\zeta\omega_n \quad (13)$$

A função de transferência de segunda ordem geral, finalmente, apresenta a forma:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (14)$$

Considerando um sistema de segunda ordem subamortecidos, utilizando a resposta ao degrau do sistema de segunda ordem genérico da Eq.(14). A transformada da resposta,  $C(s)$ , é a transformada da entrada multiplica pela função de transferência, isto é,

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2 s + K_3}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (15)$$

Onde se admite que  $\zeta < 1$ . Uma expansão por frações parciais, fornece:

$$C(s) = \frac{1}{s} - \frac{(s\zeta\omega_n) + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1-\zeta^2)} \quad (16)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace inversa, obtém-se:

$$\begin{aligned} c(t) &= 1 - e^{-\zeta\omega_n t} \left( \cos\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \operatorname{sen}\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}t \right) \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\omega_n t} \cos\left(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}t - \phi\right) \end{aligned} \quad (17)$$

Onde  $\phi = \tan^{-1}(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})$ .

Um gráfico dessa resposta é mostrado na fig.3 para diversos valores de fração de amortecimento  $\zeta$ . O gráfico é traçado com o eixo do tempo normalizado pela frequência natural. Percebeu-se, agora, a relação entre o valor de  $\zeta$  e o tipo de resposta obtido: quanto menor o valor  $\zeta$ , mais oscilatória é a resposta. A frequência natural é um fator de escala para o eixo do tempo e não afeta a natureza da resposta, a não ser pelo fato de colocá-la em escala no tempo.

Definiram-se dois parâmetros associados aos sistemas de segunda ordem:  $\zeta$  e  $\omega_n$ . Outros parâmetros associados a resposta subamortecida são o tempo de subida, o tempo de pico, o sobrevalor percentual (overshoot) e o tempo de assentamento. Essas especificações são definidas como:

1. **Tempo de subida,  $T_r$ .** É o tempo necessário para a onda partindo de 0,1 de seu valor final atingir 0,9 de seu de seu valor final.
2. **Tempo de pico,  $T_p$ .** É o tempo necessário para se atingir o primeiro pico(valor máximo)
3. **Sobrevalor percentual, %SP.** Representa quando a forma de onda ultrapassa o valor em regime estacionário, ou final, no tempo de pico. É expresso como um percentual do valor em regime estacionário.
4. **Tempo de assentamento,  $T_s$ .** É o tempo necessário para as oscilações amortecidas transientes atingirem e permanecerem em torno do valor do regime estacionário, dentro de uma faixa de  $\pm 2\%$  desse valor.

Nota-se que as definições para o tempo de assentamento e tempo de subida são, basicamente, as mesmas utilizadas para as respostas de primeira ordem. Todas as definições também são validas para sistemas de ordem superior a 2, embora as expressões analíticas para esses parâmetros não possam ser obtidas, a menos que a resposta de um sistema de ordem superior possa ser aproximada da de um sistema de segunda ordem.

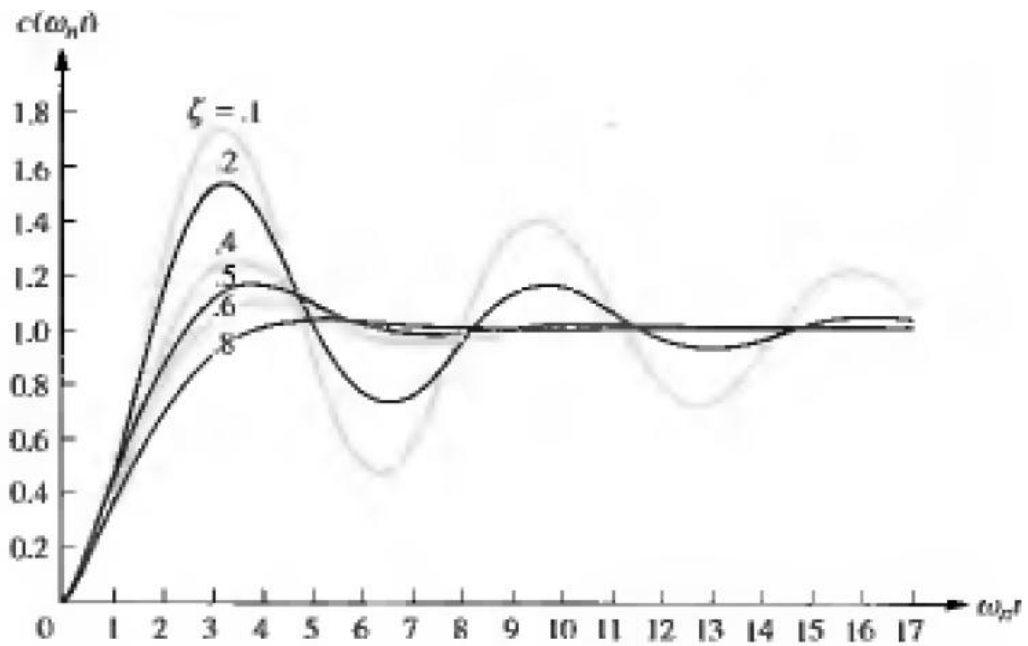


Fig. 3: Respostas a sistemas de segunda ordem com diferentes frações de amortecimento

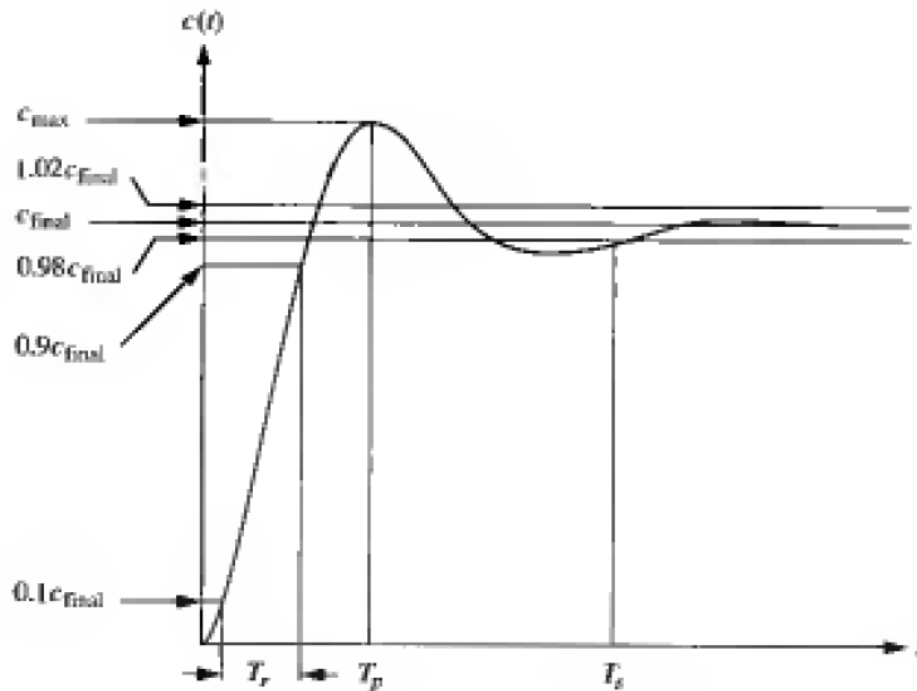


Fig. 4: Especificações da resposta subamortecida de segunda ordem

O tempo  $T_p$  é obtido derivando-se  $c(t)$  na Eq.(17), igualando-se o resultado a zero e determinando-se o primeiro instante em que o resultado é igual a zero depois de  $t=0$ . Esta tarefa pode ser simplificada através da “derivação” no domínio da freqüência utilizando-se

do teorema da derivação da transformada de Laplace. Admitindo condições iniciais nulas e utilizando a Eq.(15), obtém-se:

$$L[\dot{c}(t)] = sC(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (18)$$

Completando-se os quadrados no denominador, tem-se:

$$L[\dot{c}(t)] = \frac{\omega_n^2}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)} = \frac{\frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_n^2(1 - \zeta^2)} \quad (19)$$

Portanto,

$$\dot{c}(t) = \frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\omega_n t} \text{sen} \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t \quad (20)$$

Igualando a derivada a zero, tem-se:

$$\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t = n\pi \quad (21)$$

Ou

$$t = \frac{n\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (22)$$

Cada valor de n fornece o tempo referente a um máximo ou mínimo local. Fazendo n=0, tem-se t=0, o primeiro ponto da curva mostrada na fig.4 que possui uma inclinação igual a zero. O primeiro pico, que ocorre no tempo de pico,  $T_p$ , é obtido fazendo-se n=1 na Eq.(22):

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (23)$$

Pela fig.4, o sobrevalor percentual, %SP, é expresso por:

$$\%SP = \frac{c_{m\acute{a}x} - c_{final}}{c_{final}} \cdot 100 \quad (24)$$

O termo  $c_{m\acute{a}x}$  é obtido calculado-se c(t) no tempo de pico, c( $T_p$ ). Utilizando a Eq.(23) para  $T_p$  e substituindo na Eq.(17) tem-se

$$\begin{aligned} c_{m\acute{a}x} &= c(T_p) = 1 - e^{-(\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2})} \left( \cos\pi + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \text{sen}\pi \right) \\ &= 1 + e^{-(\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2})} \end{aligned} \quad (25)$$



Para o degrau unitário utilizando na Eq.(17),

$$c_{final} = 1 \quad (26)$$

Substituindo as Eqs.(26) e (25) na Eq.(24), obtém-se, finalmente,

$$\%SP = e^{-(\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2})}.100 \quad (27)$$

Enquanto a Eq.(27) permite que se obtenha %SP uma vez conhecido  $\zeta$ , a operação inversa permite que se explicite  $\zeta$  em função de %SP. Esta operação inversa é expressa por

$$\zeta = \frac{-\ln(\%SP/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\%SP/100)}} \quad (28)$$

A Eq.(28) é representada graficamente na fig.5.

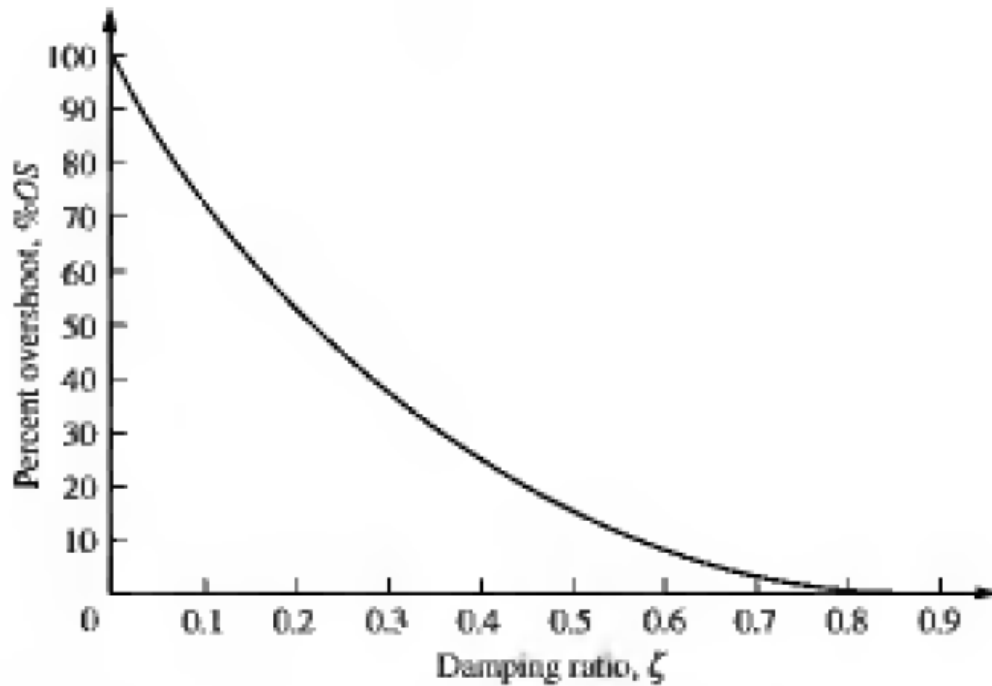


Fig. 5: Sobrevalor percentual em função da fração de amortecimento

Para determinar o tempo de assentamento é preciso obter o tempo para o qual  $c(t)$  na Eq. (17) atinge a faixa de  $\pm 2\%$  do valor de regime estacionário,  $c_{final}$ , em torno desse valor e pertence nessa faixa. Utilizando a definição, o tempo de assentamento é o tempo necessário para a amplitude da senóide na Eq.(17) ser reduzida até atingir o valor 0,02, isto é,

$$e^{-\zeta\omega_n t} \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} = 0,02 \quad (29)$$

Esta equação apresenta uma estimativa conservadora, uma vez que se admite que  $\cos(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}t - \phi) = 1$  para o tempo de assentamento. Explicitando-se  $t$  na Eq.(28), o tempo de assentamento pode ser expresso:

$$T_s = \frac{-\ln(0,02\sqrt{1-\zeta^2})}{\zeta\omega_n} \quad (30)$$

O numerador da Eq.(230) varia de 3,91 até 4,74 quando  $\zeta$  varia de 0 até 0,9. Pode-se, assim utilizar a seguinte aproximação para o tempo de assentamento, que será utilizada para todos os valores de  $\zeta$ :

$$T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad (31)$$

Uma relação analítica exata entre o tempo de subida e a fração de amortecimento,  $\zeta$ , não pode ser obtida. Entretanto, utilizando um computador e a Eq.(17) o tempo de subida pode ser determinado. Inicialmente define-se  $\omega_n t$  para as condições de  $c(t)=0,9$  e  $c(t)=0,1$ . Subtraindo-se os dois valores de  $\omega_n t$  tem-se que o tempo de subida normalizado,  $\omega_n T_r$ , para aquele valor de  $\zeta$ . Procedendo-se da mesma forma para outros valores de  $\zeta$ , obtêm-se os resultados graficamente na figura 6.

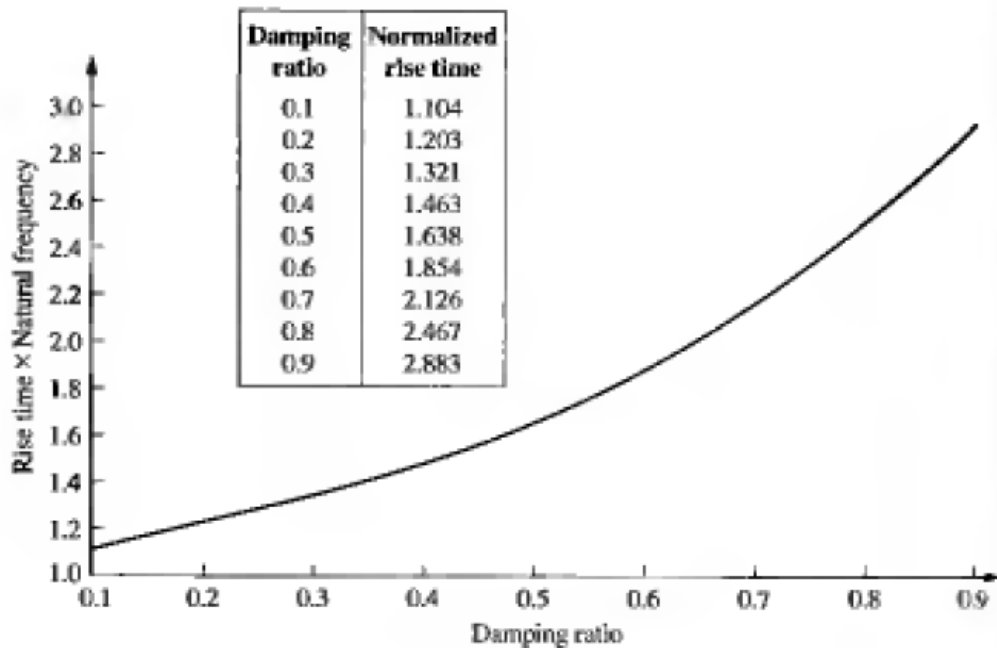


Fig. 6: Tempo de subida normalizado em função de amortecimento para uma resposta subamortecida de segunda ordem

No controle proporcional de uma planta, cuja função de transferência não possui um integrador  $1/s$ , existe um erro estacionário, ou erro residual, na resposta a uma entrada em

degrau. Esse residual pode ser eliminado se uma ação de controle integral for incluída no controlador.

No controle integral de uma planta, o sinal de controle, que é o sinal de saída do controlador, em qualquer instante é a área sob a curva de sinal de erro atuante, até aquele momento. O sinal de controle  $u(t)$  pode ter um valor não nulo quando o sinal de erro atuante  $e(t)$  for zero, com mostra a fig.7(a). Isso é impossível no caso do controlador proporcional, uma vez que um sinal de controle não nulo requer um sinal de erro atuante não-nulo. (Um sinal de erro atuante em regime permanente significa que existe um erro residual.) A fig.7(b) mostra a curva  $e(t)$  versus  $t$  e a curva  $u(t)$  versus  $t$  quando o controlador é do tipo proporcional.

Note que a ação de controle integral, embora remova o erro residual ou erro estacionário, pode conduzir a uma resposta oscilatória com uma amplitude que decresce lentamente ou mesmo uma amplitude sempre crescente, ambas em geral indesejáveis.

Para uma entrada em degrau, o controle proporcional de um sistema sem integrador ocasiona um erro residual. Então o erro pode ser eliminado se for incluída no controlador uma ação de controle integral.

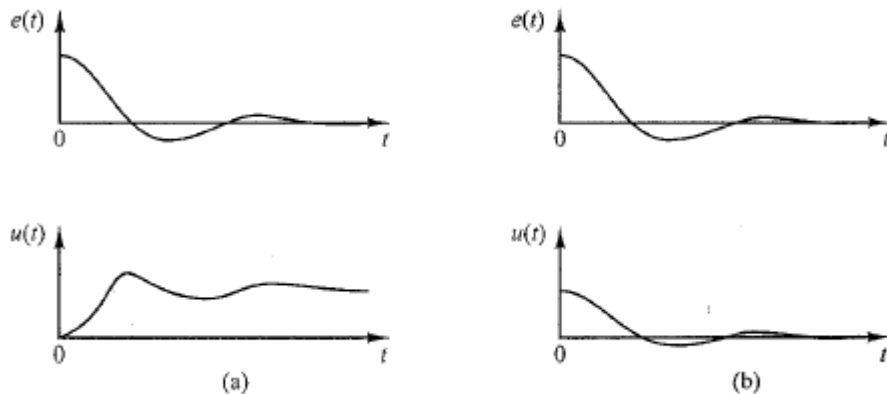


Fig. 7: a)Gráficos das curvas de  $e(t)$  e  $u(t)$  que mostram sinal de controle não-nulo quando o sinal de erro atuante for zero (controle integral);b)gráficos das curvas de  $e(t)$  e  $u(t)$  que mostram sinal de controle zero quando o sinal de erro atuante é zero(controle proporcional)

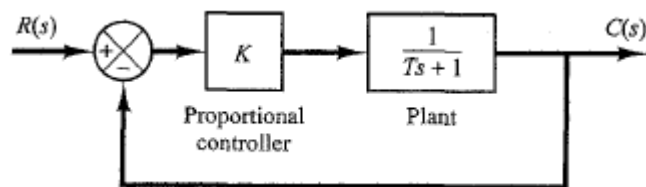


Fig. 8: Sistema de controle proporcional

Considere o sistema mostrado na fig.8 obtém-se o erro estacionário da resposta do sistema ao degrau unitário. Define-se:

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} \quad (32)$$

Como

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{R(s) - C(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)} \quad (33)$$

O erro  $E(s)$  é dado como:

$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)} R(s) = \frac{1}{1 + \frac{K}{Ts + 1}} R(s) \quad (34)$$

Para a entrada em degrau unitário  $R(s)=1/s$ , tem-se:

$$E(s) = \frac{Ts + 1}{Ts + 1 + K} \frac{1}{s} \quad (35)$$

O erro estacionário é:

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{Ts + 1}{Ts + 1 + K} = \frac{1}{K + 1} \quad (36)$$

Esse sistema sem integrador no ramo direto sempre tem um erro estacionário na resposta ao degrau.

Esse erro estacionário é chamado erro residual. A figura 9 mostra a resposta ao degrau unitário e o erro residual.

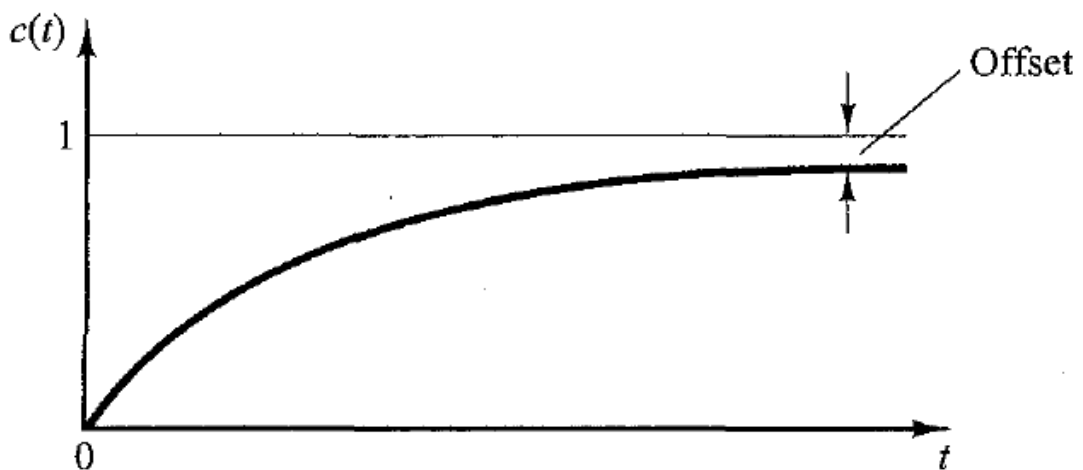


Fig. 9: Resposta ao degrau unitário e erro residual

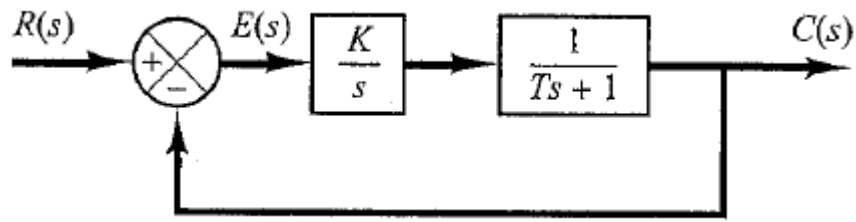


Fig. 10: Sistema de controle integral

Considerando-se o sistema mostrado na fig.10. O controlador é integral. A função de malha fechada do sistema é:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s(Ts + 1) + K} \quad (37)$$

Então,

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{R(s) - C(s)}{R(s)} = \frac{s(Ts + 1)}{s(Ts + 1) + K} \quad (38)$$

Como o sistema é estável, o erro estacionário para a resposta ao degrau unitário pode ser obtido pela aplicação do teorema do valor final, como se segue:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2(Ts + 1)1}{s^2 + s + K} \frac{1}{s} = 0 \quad (39)$$

O controle integral do sistema elimina então o erro estacionário na resposta ao degrau unitário na resposta ao degrau de entrada. Este é um importante aperfeiçoamento em relação ao controle proporcional puro, que não impede o erro residual.

Uma ação de controle derivativo, quando acrescentada a um controlador proporcional, permite que se obtenha um controlador de alta sensibilidade. Uma vantagem em utilizar a ação de controle derivativo é que essa responde a uma taxa de variação do erro atuante e pode produzir uma correção significativa antes que o valor do erro atuante se torne muito elevado. Portanto, o controle derivativo prevê o erro atuante, inicia uma ação corretiva antecipada e tende a aumentar a estabilidade do sistema.

Embora o controle derivativo não afete diretamente o erro estacionário, ele aumenta o amortecimento do sistema, permitindo, assim, o uso de um valor mais elevado do ganho K, o que vai resultar em mais precisão no regime permanente.

Pelo fato de o controle derivativo operar sobre a taxa de variação do erro atuante e não sobre o próprio erro atuante, esse modo nunca se utiliza sozinho. É sempre utilizado em combinação com ação de controle proporcional ou proporcional integral.

Como um exemplo da ação de controle derivativo se observará seu comportamento em um sistema com carga inercial.

Antes de se discutir o efeito da ação de controle derivativo no desempenho do sistema, considera-se o controle proporcional de uma carga inercial.

Considere o sistema mostrado na fig.11(a). A função de transferência de malha fechada é obtida como:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{Js^2 + K_p} \quad (40)$$

Como raízes da equação característica:

$$Js^2 + K_p = 0 \quad (41)$$

São imaginárias, a resposta à entrada em degrau unitário continua a oscilar indefinidamente, como mostra a fig.11(b).

Os sistemas de controle que apresentam essas características de resposta não são desejáveis. Será visto que a adição do controle derivativo vai estabilizar o sistema.

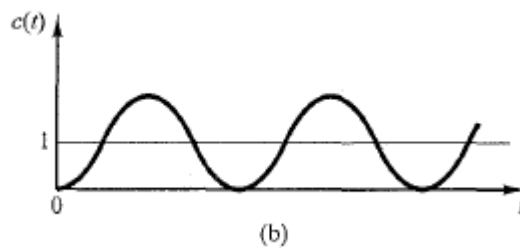
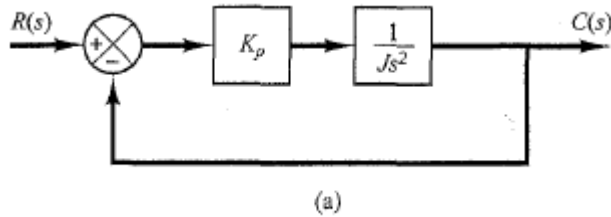


Fig. 11: a) Controle proporcional de uma carga de inércia; b) resposta a entrada ao degrau unitário.

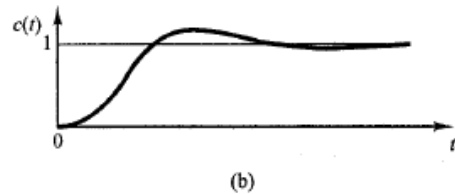
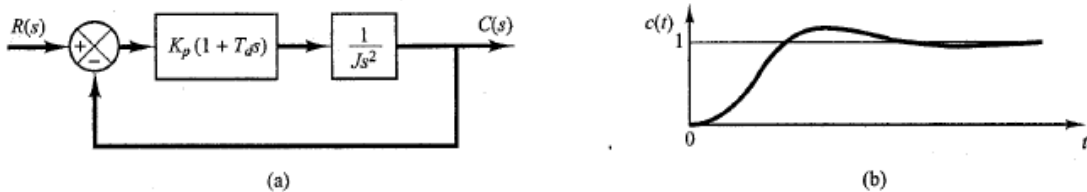


Fig. 12: a) controle proporcional-derivativo de um sistema com carga inercial; b) resposta a uma entrada degrau unitário

Transformando um controlador proporcional em um controlador proporcional-derivativo, cuja função de transferência é  $K_p(1+T_d s)$ . O controle derivativo é essencialmente antecipatório, medindo a velocidade dos erros instantâneos, prevendo um grande sobre-sinal, antes que ele ocorra, e produzindo ações apropriadas de limitação, antes que o sobre-sinal assuma um valor muito elevado.

Considere o sistema mostrado na fig.12(a). A função de transferência de malha fechada é dada como:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p(1 + T_d s)}{Js^2 + K_p T_d s + K_p} \quad (42)$$

A equação característica:

$$Js^2 + K_p T_d s + K_p = 0 \quad (43)$$

Tem se agora duas raízes com partes reais negativas para os valores de  $J$ ,  $K_p$  e  $T_d$ . Assim, o controle derivativo introduz um efeito de amortecimento. A fig.12(b) mostra uma curva típica de resposta  $c(t)$  para uma entrada degrau unitário. Evidentemente, a curva de resposta mostra uma melhoria significativa em relação à curva de resposta original da figura 11(b).

## PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Com o intuito de verificar sistemas de 1ª e 2ª ordem, em termos de entrada e saída, com a aplicação de controladores foram montados diversos circuitos utilizando amplificadores operacionais.

A priori foi montado um circuito RC (sistema de primeira ordem), conforme ilustrado na fig.13, a fim de verificar o sinal de entrada e de saída desse sistema através dos canais do osciloscópio.

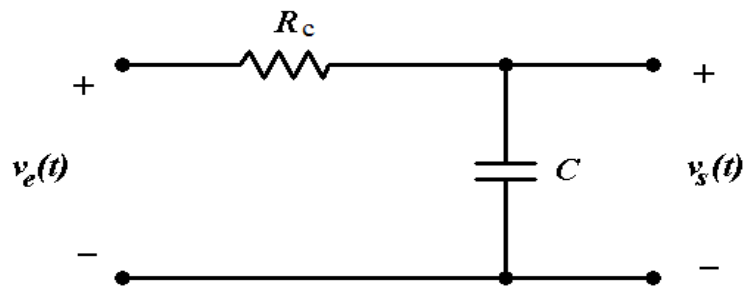


Fig. 13: Circuito RC

Então, foi montado o circuito mostrado na fig.14, tem-se a saída do circuito RC em um amplificador de ganho -1 realimentando uma entrada de um circuito somador de ganho 1. As excitações foram injetadas na outra entrada do circuito somador, que também tem ganho 1. A saída do circuito somador ligado a entrada do controlador proporcional, que tem sua saída na entrada do circuito RC.

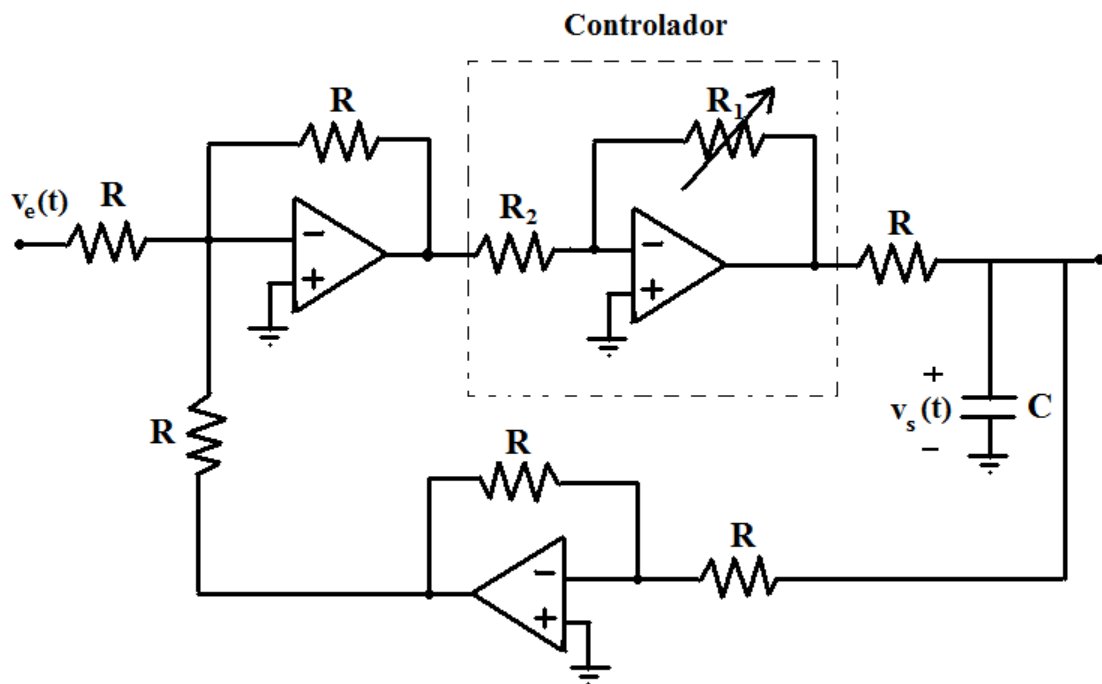


Fig. 14: Circuito montado experimentalmente



O gerador de sinais foi conectado a entrada do sistema, onde foi gerado pulsos unitários e impulsos. Com os canais do osciloscópio foi verificada a entrada e a saída do sistema e então, perceber o papel da ação de controle, quando excursionado o potenciômetro, ou seja, alterada a resistência.

Em seguida, a parte referente ao controlador foi substituído pelos controladores mostrados nas figuras abaixo (fig.15; fig.16; fig.17), para verificação da saída a partir da excursão do potenciômetro.

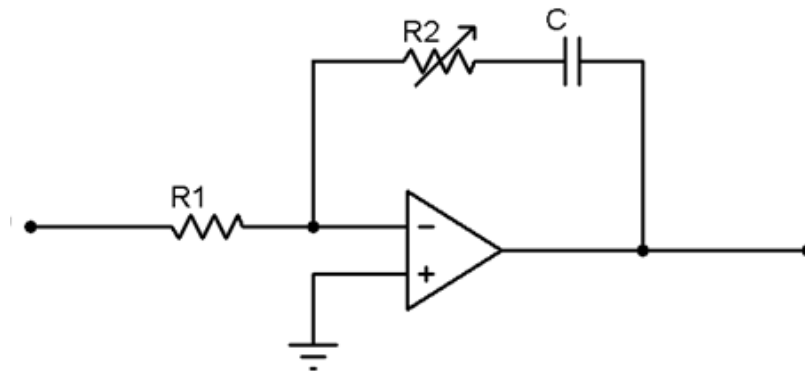


Fig. 15: Implementação do controlador proporcional integral utilizando amplificador operacional

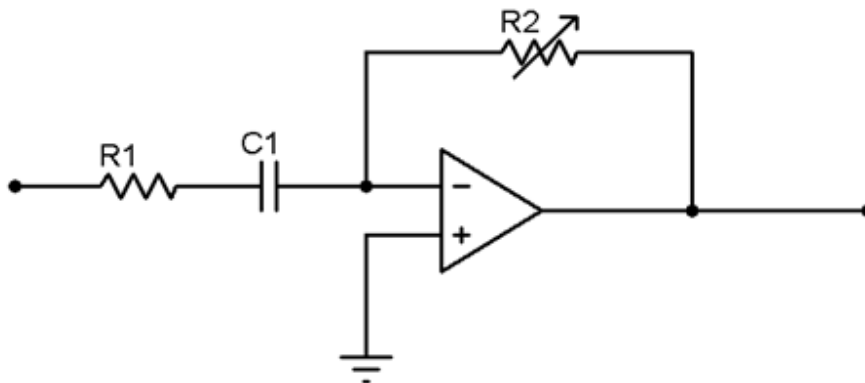


Fig. 16: Implementação do controlador Proporcional Derivativo utilizando amplificador operacional

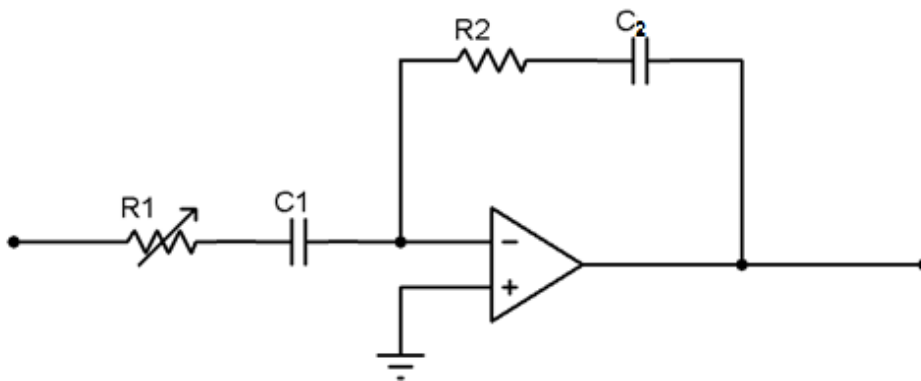


Fig. 17: Implementação do controlador Proporcional Integral Derivativo utilizando amplificador operacional

Utilizando as mesmas configurações, estes circuitos foram simulados no MATLAB, onde também foram plotadas suas respectivas curvas de saída.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

O sistema utilizado para verificar a atuação dos controladores foi um circuito RC (sistema de 1ª ordem), que é mostrado na fig.18.

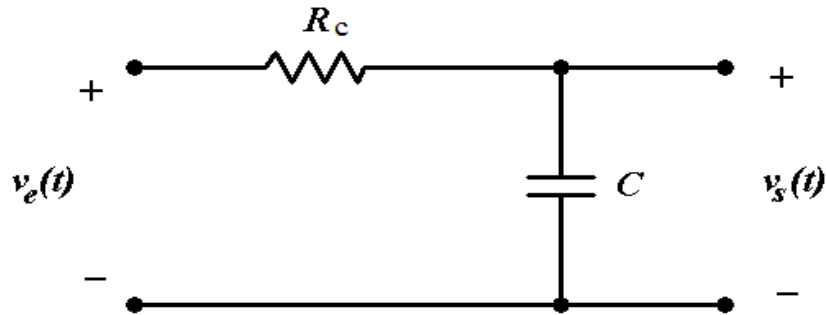


Fig. 18: Sistema de 1ª ordem representado por um circuito RC

Primeiro analisa-se a resposta do sistema à entrada em degrau e com entrada igual a um impulso. A função de transferência de um circuito RC é dada por:

$$G(s) = \frac{1}{RCs + 1} \quad (44)$$

Assim para uma entrada em degrau a resposta no domínio do tempo é do tipo:

$$c(t) = 1 - e^{-\frac{1}{RC}t} \quad (45)$$

Para o impulso a resposta é a seguinte:

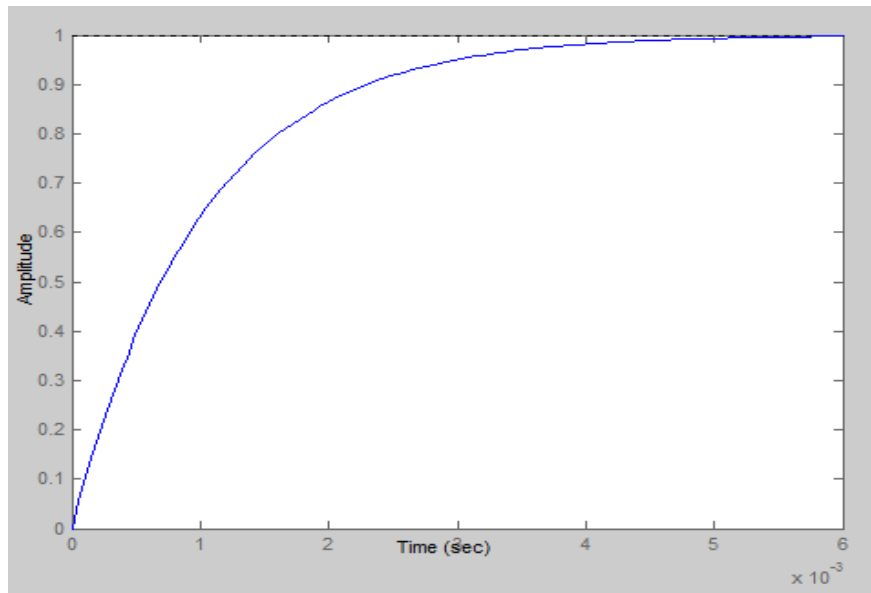
$$c(t) = \frac{1}{RC} e^{-\frac{1}{RC}t} \quad (46)$$

O circuito implementado no laboratório usou os seguintes valores de resistência e capacitância para o circuito RC, conforme mostrado na tabela abaixo.

Tabela 1: Valores dos componentes utilizados na prática

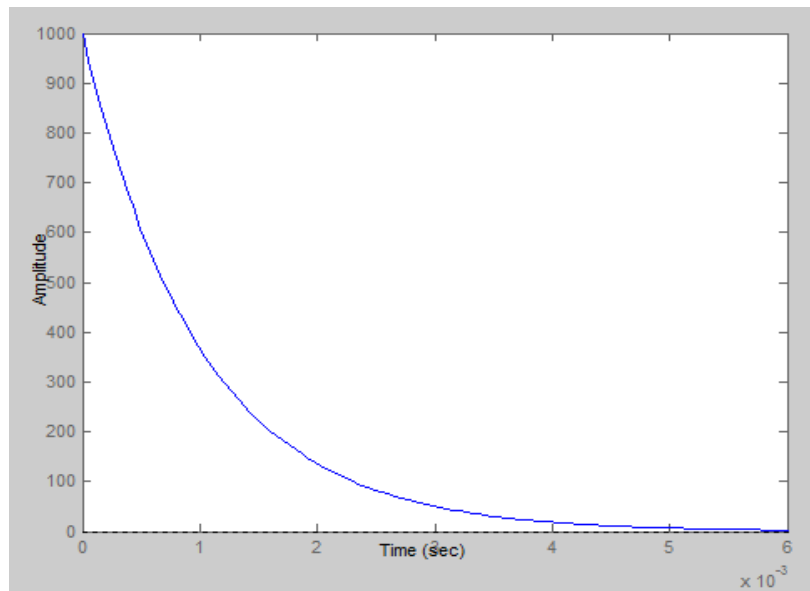
Resistência	Capacitância
1 kΩ	1 μF

Utilizando o software MATLAB para calcular as respostas tanto ao degrau quanto ao impulso têm-se o seguinte.



**Fig. 19: Resposta ao degrau de um circuito RC mostrada pelo MATLAB**

Para o impulso a resposta mostrada pelo MATLAB é a seguinte.



**Fig. 20: Resposta ao impulso de um circuito RC mostrada pelo MATLAB**

A montagem em laboratório utilizou uma onda quadrada com 5 V de pico e um *duty cycle* de 50% para aproximar a entrada em degrau e poder visualizar dinamicamente a resposta no osciloscópio. A forma de onda vista é a da figura abaixo.

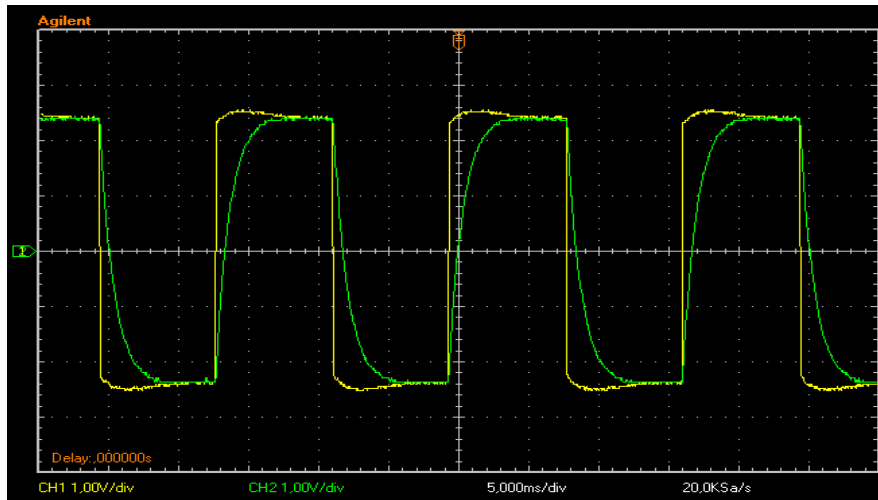


Fig. 21: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) de um circuito RC

Para a simulação da entrada impulsiva a forma de onda também é quadrada no entanto o *duty cycle* é de apenas 4 %. A resposta observada no osciloscópio é mostrada a seguir.

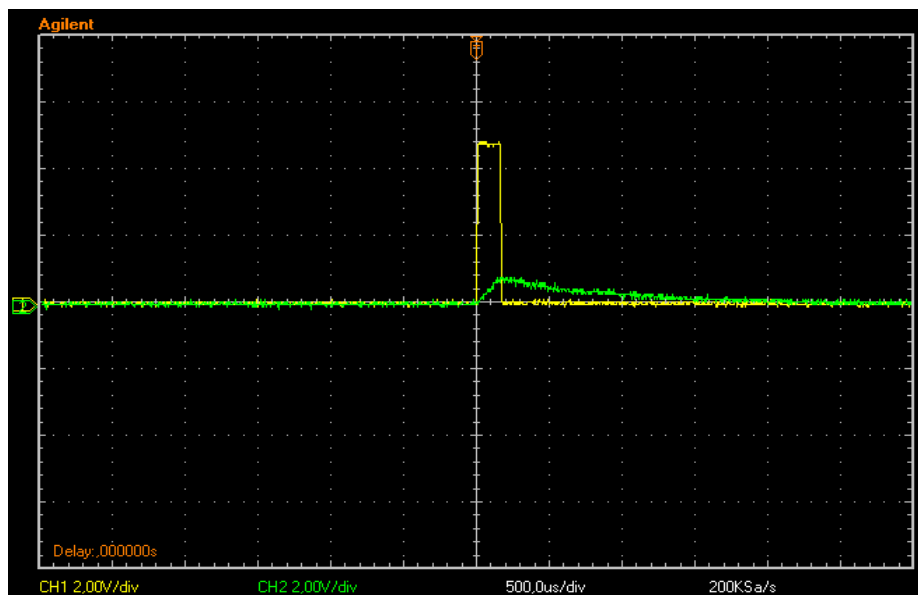


Fig. 22: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) de um circuito RC

Pode-se perceber que essa resposta é diferente da calculada pelo MATLAB. Isso ocorre devido ao fato que é impossível produzir um impulso ideal. Logo a resposta tende a se comportar da mesma forma que para um degrau que cessa rapidamente.

Agora se inicia a introdução dos controladores no sistema. O diagrama de blocos da fig.23 mostra um diagrama de blocos que demonstra o que será realizado.

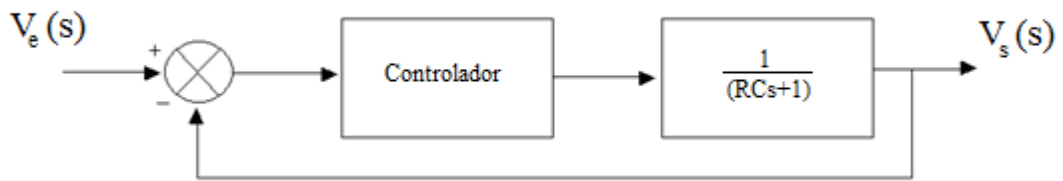


Fig. 23: Sistema utilizando controlador em cascata e realimentação negativa

O primeiro controlador usado foi do tipo proporcional. A função de transferência com a adição do controlador proporcional e da realimentação negativa é a seguinte:

$$G(s) = \frac{K}{RCs + (1 + K)} \quad (47)$$

A montagem realizada no laboratório está representada na fig.24.

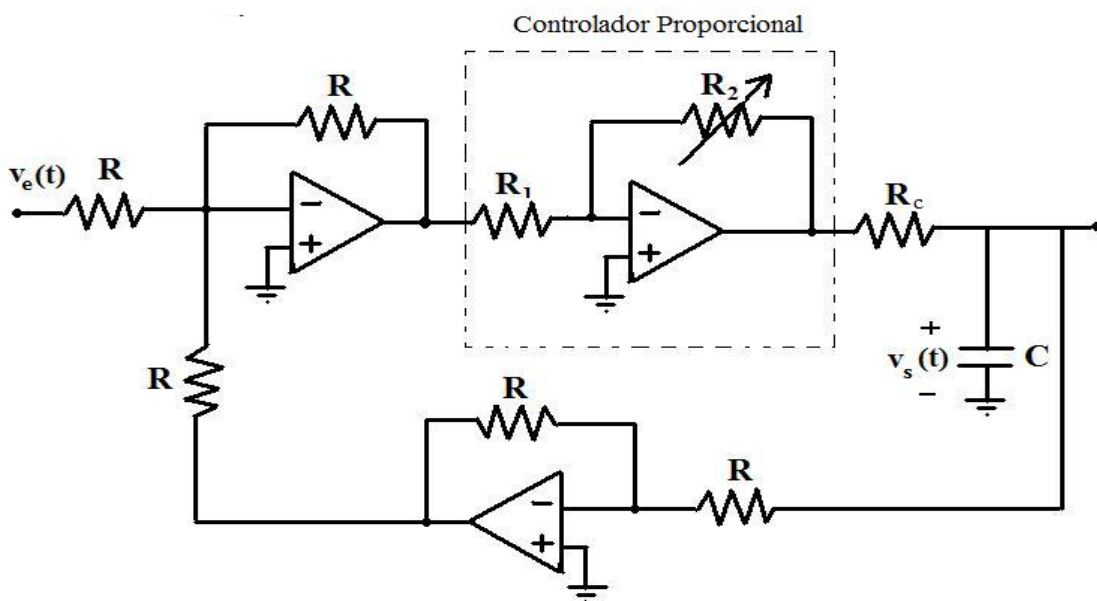


Fig. 24: Implementação do sistema com controlador proporcional

Na implementação acima o amplificador inversor de ganho 1 com entrada igual à saída do sistema realiza a realimentação negativa e o que foi colocado em cascata com o controlador faz com que a saída seja positiva.

Todos os resistores designados pela letra R tiveram o valor de resistência igual a 10 kΩ. Os valores de R<sub>c</sub> e C usados foram de 1 kΩ e 1μF, respectivamente, valores iguais aos usados no circuito RC puro. Os resistores R<sub>1</sub> e R<sub>2</sub> foram modificados de forma a se obter diferentes magnitudes de ganho. Os primeiros valores usados foram os seguintes:

Tabela 2: Valores dos componentes utilizados na prática

$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	10 k $\Omega$

A resposta ao degrau calculada pelo MATLAB é mostrada na figura abaixo.

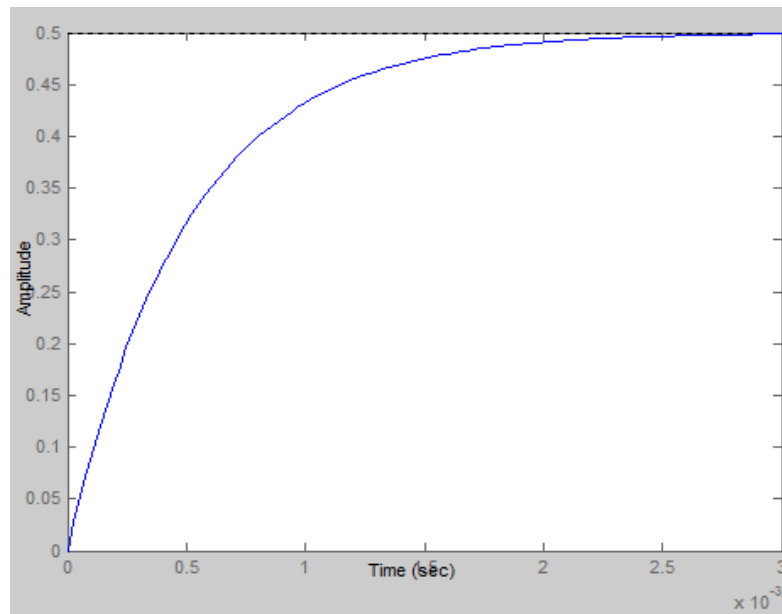


Fig. 25: Resposta mostrada pelo MATLAB

No laboratório as formas de onda encontradas para a entrada em degrau são mostradas na fig.26.

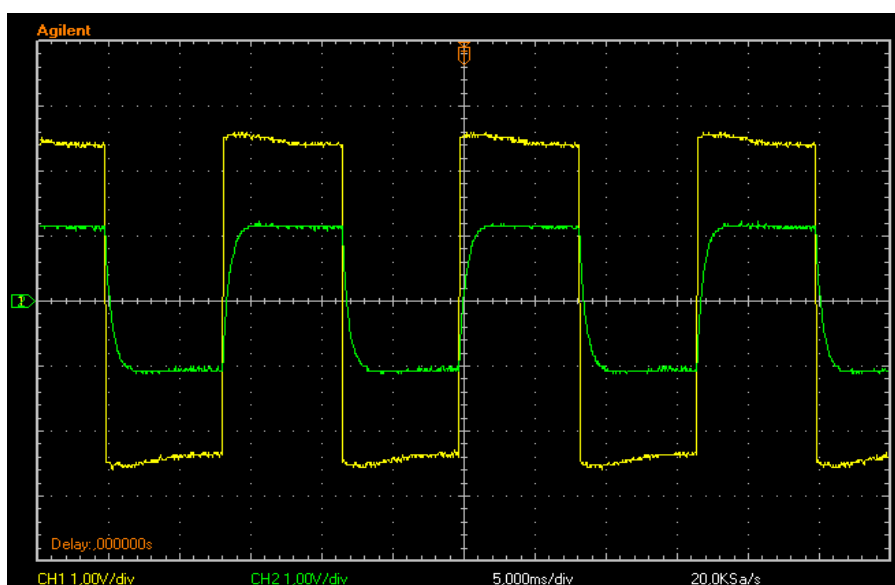


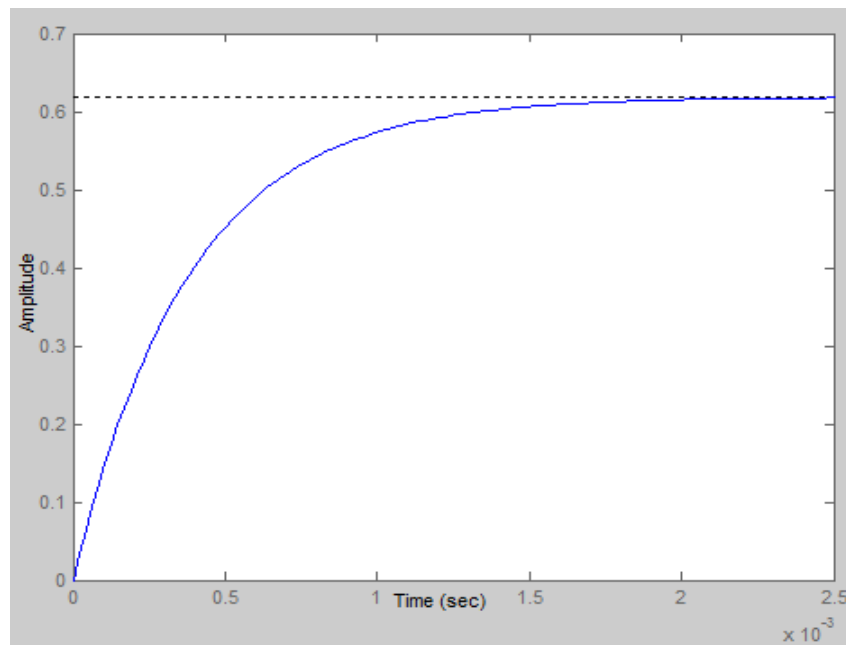
Fig. 26: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo P

A resposta vista no laboratório é semelhante à resposta prevista pelo MATLAB. Após obter o resultado anterior os valores das resistências  $R_1$  e  $R_2$  foram mudados para se obter um novo valor de ganho. Os novos valores foram os seguintes:

**Tabela 3: Valores dos componentes utilizados na prática**

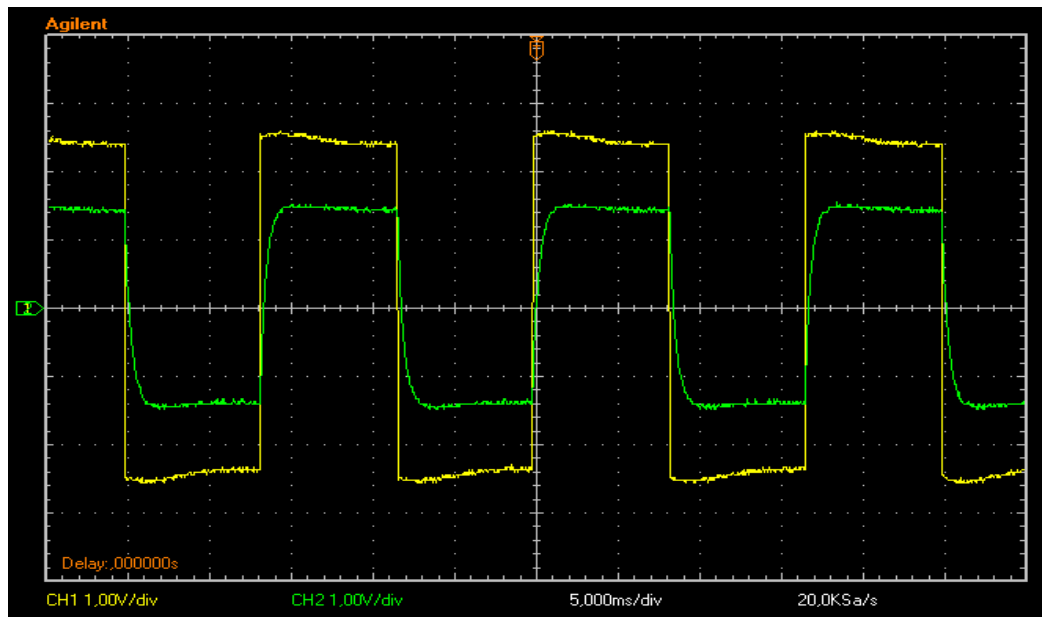
$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	16,2 k $\Omega$

Para os novos valores a resposta calculada no MATLAB é da seguinte forma.



**Fig. 27: Resposta mostrada pelo MATLAB**

Com a implementação realizada em laboratório as formas de onda da fig.28 foram observadas.



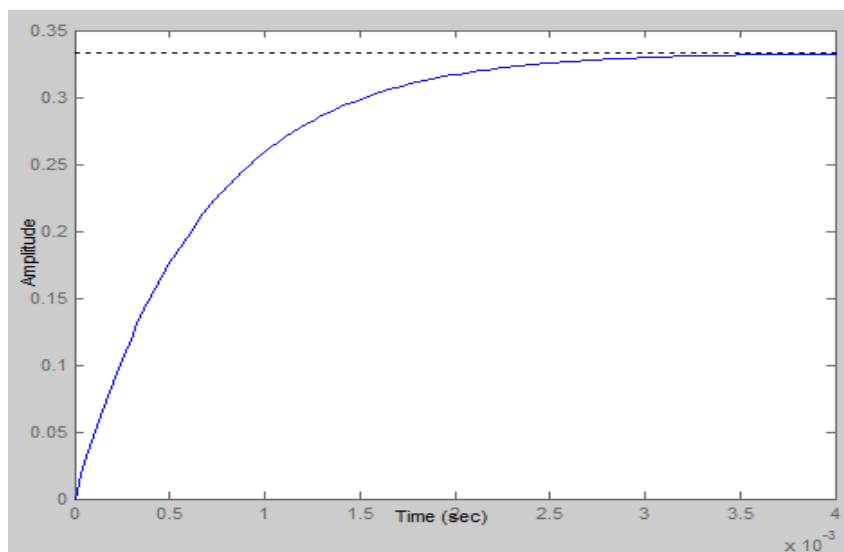
**Fig. 28:** Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo P

Mais uma vez os resultados teóricos são condizentes com os observados na prática. Um último valor de ganho foi observado com a mudança dos resistores do controlador para os seguintes valores:

**Tabela 4:** Valores dos componentes utilizados na prática

$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	5 k $\Omega$

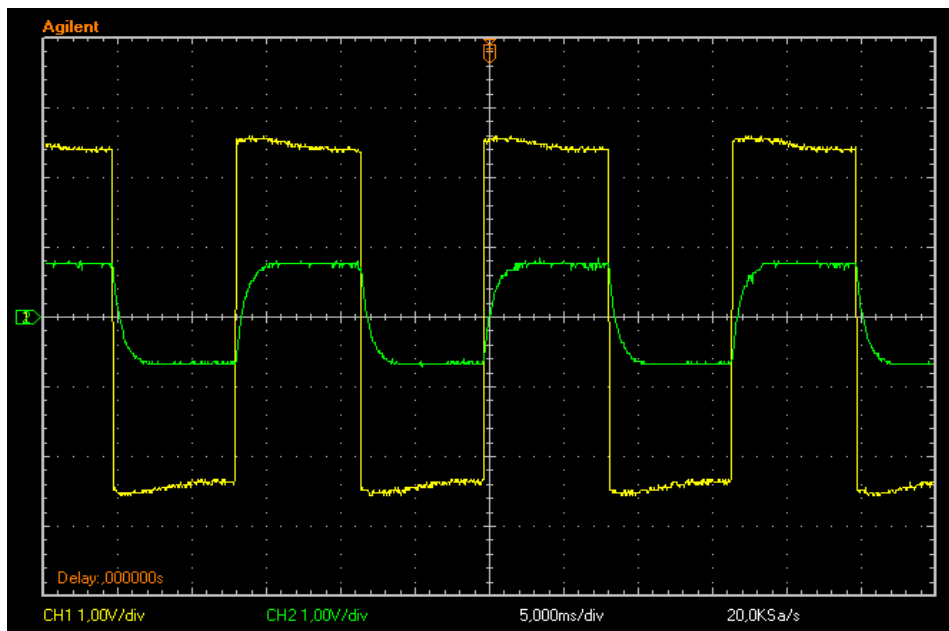
Com esses valores para as resistências a resposta do MATLAB tem a seguinte forma.



**Fig. 29:** Resposta mostrada pelo MATLAB



As formas de onda vistas durante o experimento são mostradas na fig.30.



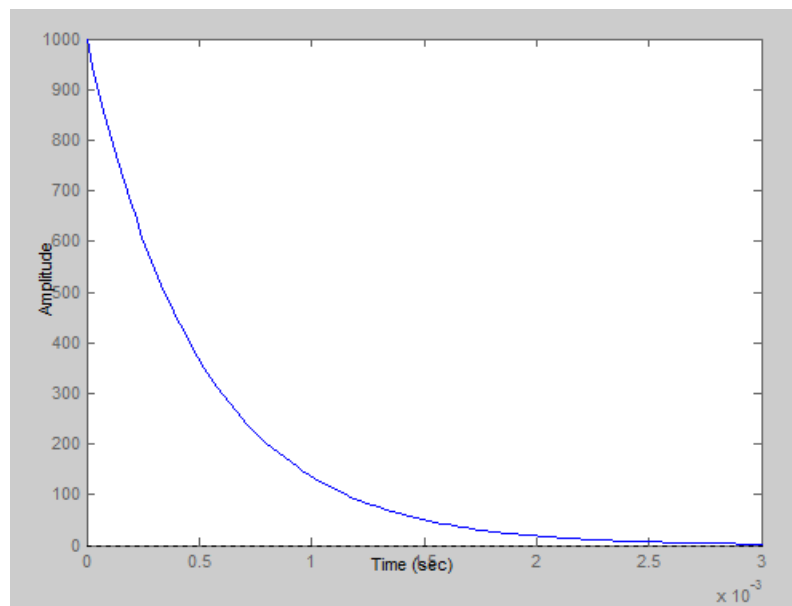
**Fig. 30:** Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo P

Agora se deve analisar o circuito quando a entrada aplicada é um impulso. Os primeiros valores para os resistores do controlador foram os seguintes:

**Tabela 5:** Valores dos componentes utilizados na prática

$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	10,24 k $\Omega$

Para esses valores o MATLAB estima a seguinte resposta.



**Fig. 31:** Resposta mostrada pelo MATLAB

No laboratório a resposta conseguida com uma onda quadrada de *duty cycle* muito pequeno (simulando um impulso) é mostrada abaixo.

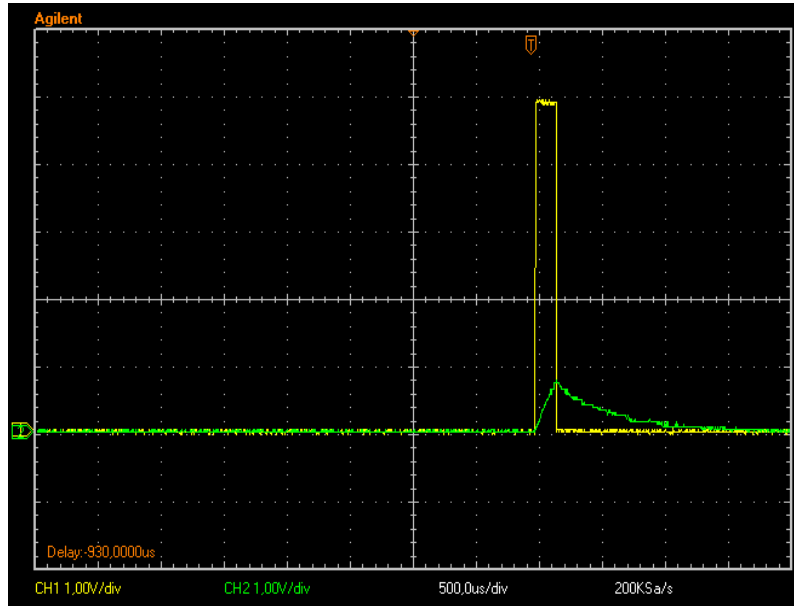


Fig. 32: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo P

A resposta não é idêntica à teórica, pois o “impulso” gerado no laboratório não é ideal. Mudando os valores das resistências para:

Tabela 6: Valores dos componentes utilizados na prática

$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	39 k $\Omega$

A resposta mostrada pelo software é mostrada na fig.33.

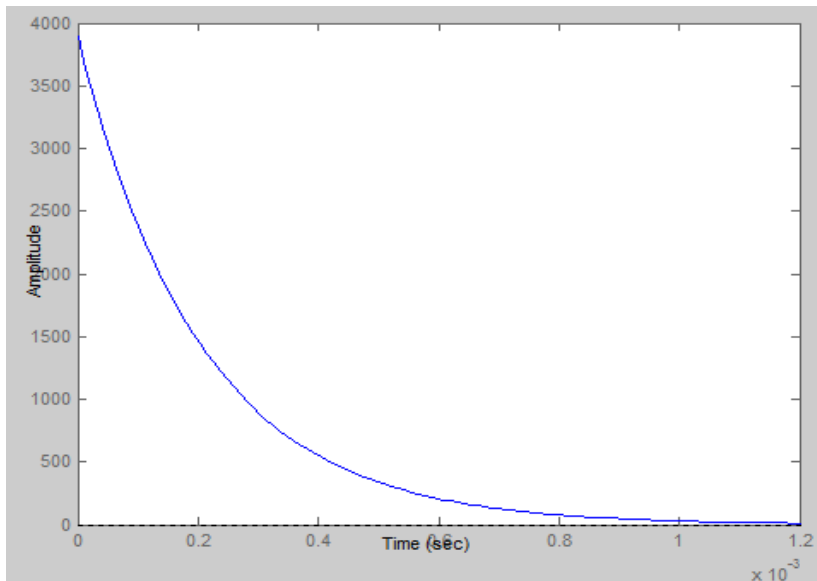


Fig. 33: Resposta mostrada pelo MATLAB

No laboratório a resposta obtida com a aproximação de entrada impulsiva foi a seguinte:

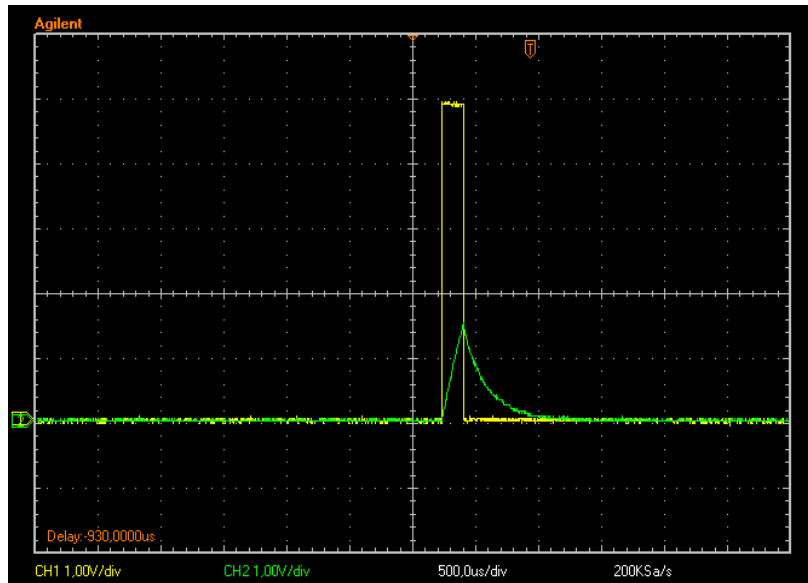


Fig. 34: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo P

Novamente o sinal visto no osciloscópio difere do previsto teoricamente pelo MATLAB pelos mesmos motivos apresentados anteriormente. Um último valor de ganho foi observado mudando as resistências do controlador para:

Tabela 7: Valores dos componentes utilizados na prática

$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	2 k $\Omega$

Com o auxílio do MATLAB tem-se a seguinte resposta:

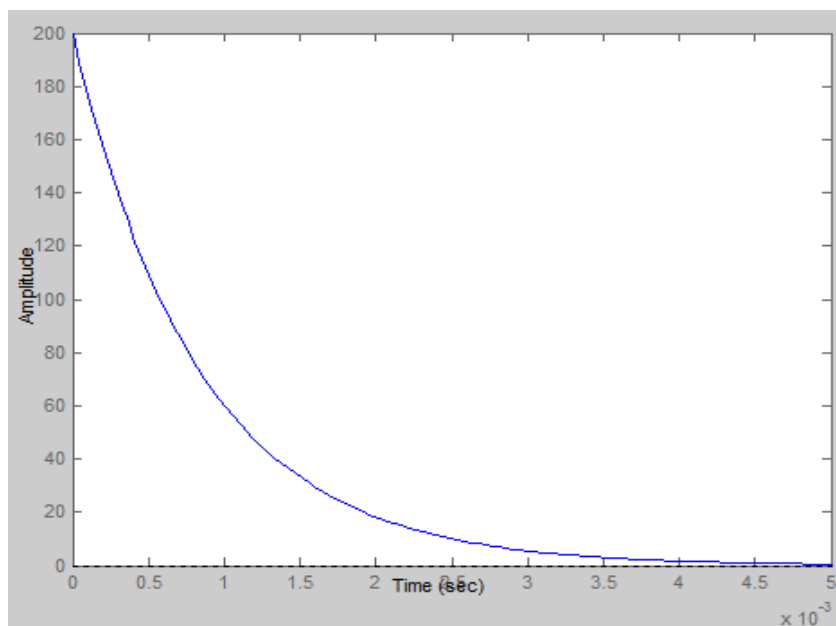
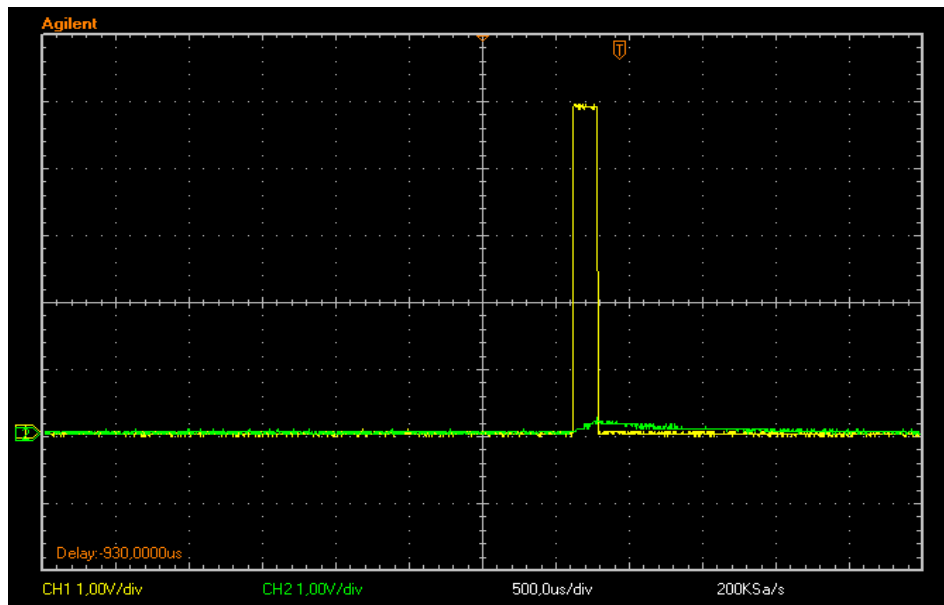


Fig. 35: Resposta mostrada pelo MATLAB

No osciloscópio as formas de onda observadas foram às seguintes.



**Fig. 36: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo P**

Novamente não se consegue obter a mesma resposta que a teórica devido a não existência do impulso ideal.

Após a análise dos casos anteriores pode-se perceber que o efeito de um controlador proporcional na malha aberta de um sistema de 1ª ordem com realimentação negativa unitária é a mudança do tempo de resposta do sistema além de obter controle sobre a amplitude da saída. A mudança nos valores de ganho num sistema nunca pode tornar o sistema instável já que a raiz sempre se encontrará na parte negativa do eixo real.

Após o estudo do controlador do tipo P, o controlador da fig.24 foi substituído por um controlador do tipo proporcional-integral. A implementação utilizada está representada na figura seguinte:

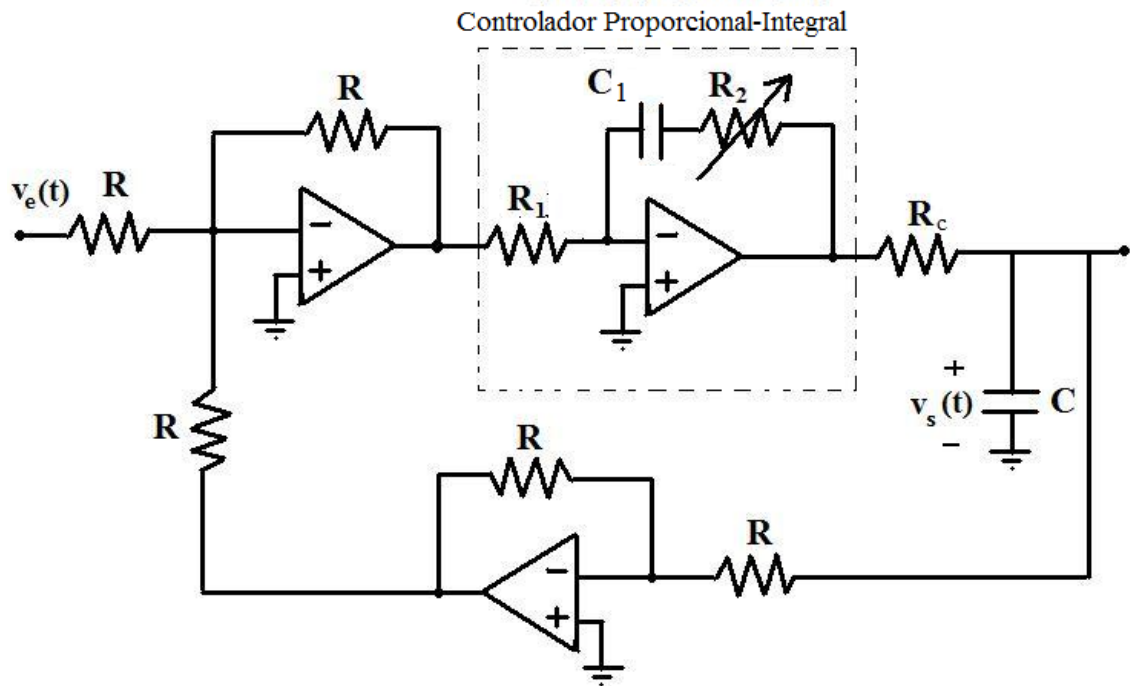


Fig. 37: Implementação do sistema com controlador PI

A função de transferência do circuito acima é a seguinte:

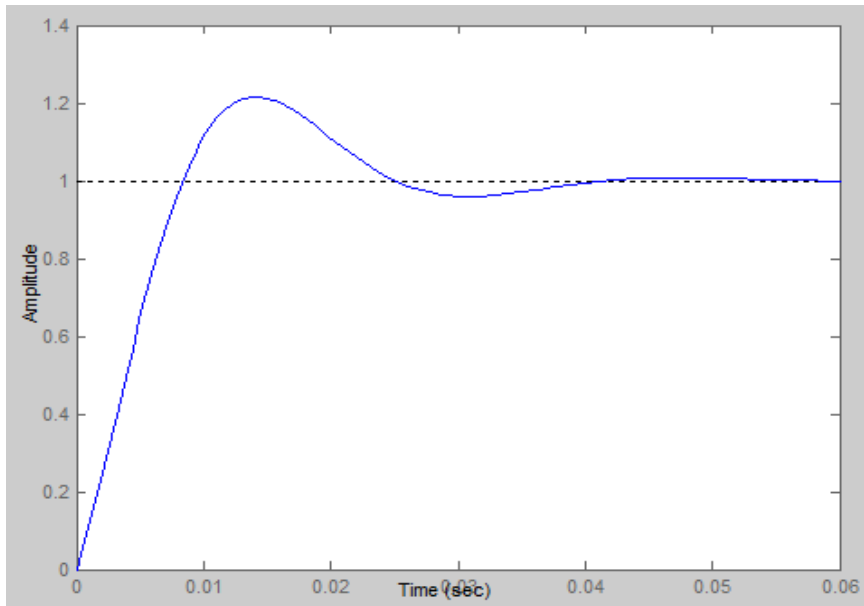
$$G(s) = \frac{R_2 s + \frac{1}{C_1}}{R_1 R C s^2 + (R_1 + R_2) s + \frac{1}{C_1}} \quad (48)$$

O valor da capacitância ( $C_1$ ) utilizada no controlador foi de 220 nF. Novamente os resistores R têm 10 k $\Omega$  de resistência e os resistores  $R_1$  e  $R_2$  terão seus valores mudados várias vezes para se obter diferentes ganhos. Os primeiros valores utilizados para observar o comportamento para uma entrada em degrau foram:

Tabela 8: Valores dos componentes utilizados na prática

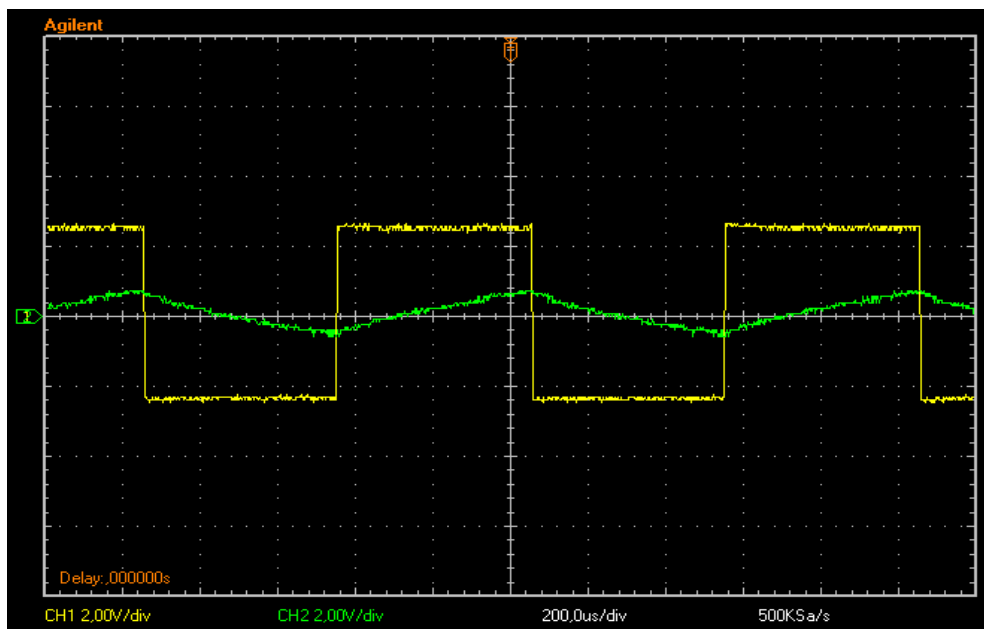
$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	9,99 k $\Omega$

O MATLAB mostra a seguinte resposta.



**Fig. 38: Resposta mostrada pelo MATLAB**

Para a implementação realizada no laboratório as formas de onda conseguidas estão abaixo.



**Fig. 39: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PI**

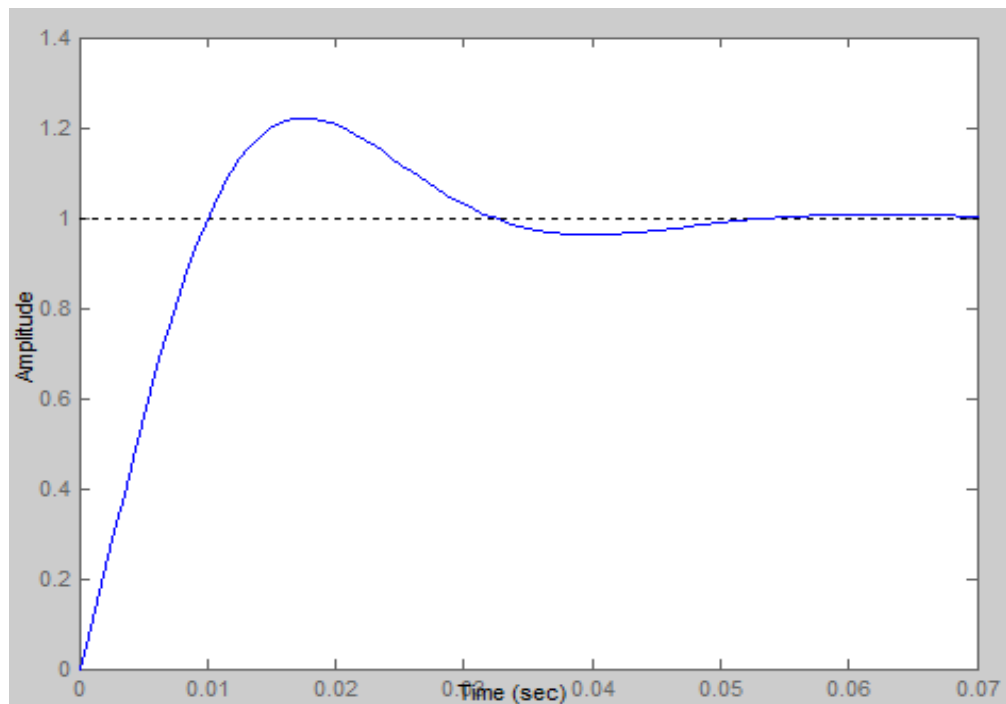
Analisando as duas figuras 38 e 39 pode-se pensar que a resposta obtida em laboratório é diferente da obtida teoricamente. No entanto, deve-se atentar para o fato que a escala de tempo usada no laboratório foi de 200  $\mu$ s, portanto o sinal de entrada só era aplicado durante 400  $\mu$ s. Observando a fig.38 que mostra a resposta do MATLAB, vê-se que as ondulações só começam ocorrer a partir de 0,01 s depois da aplicação do sinal. Logo, como o tempo de aplicação no laboratório foi muito pequeno não se pôde observar o comportamento total da resposta. Outro fato a ser destacado é que a resposta do sistema é diferente do que para um sistema de 1ª ordem devido à atuação do controlador.

Após essa análise os valores das resistências do controlador foram mudados.

**Tabela 9: Valores dos componentes utilizados na prática**

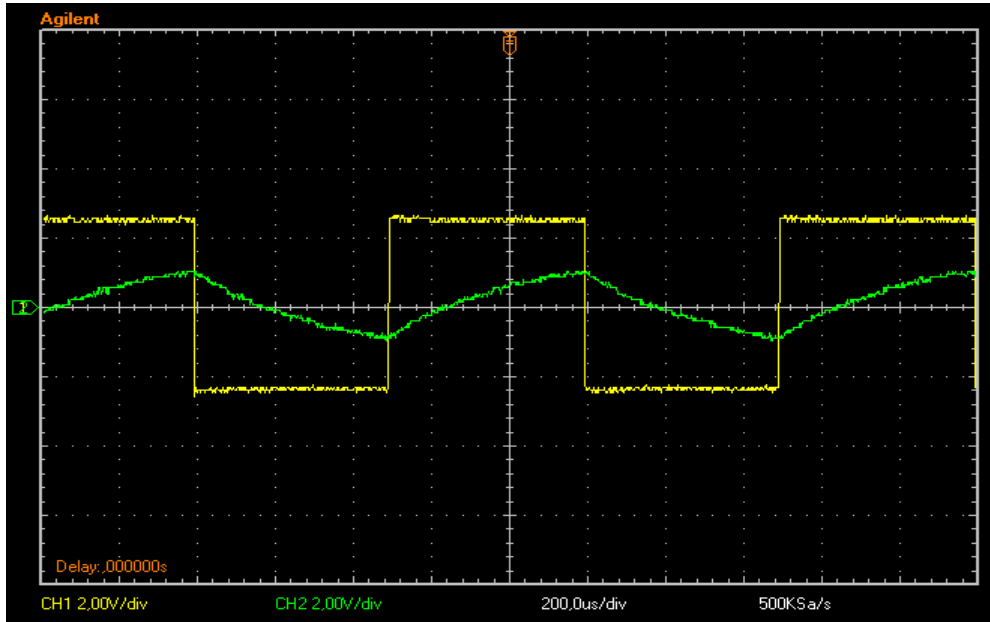
$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	17,3 k $\Omega$

Para tais valores a resposta do MATLAB é a seguinte:



**Fig. 40: Resposta mostrada pelo MATLAB**

Com a implementação feita em laboratório as formas de onda obtidas são mostradas na fig.41.



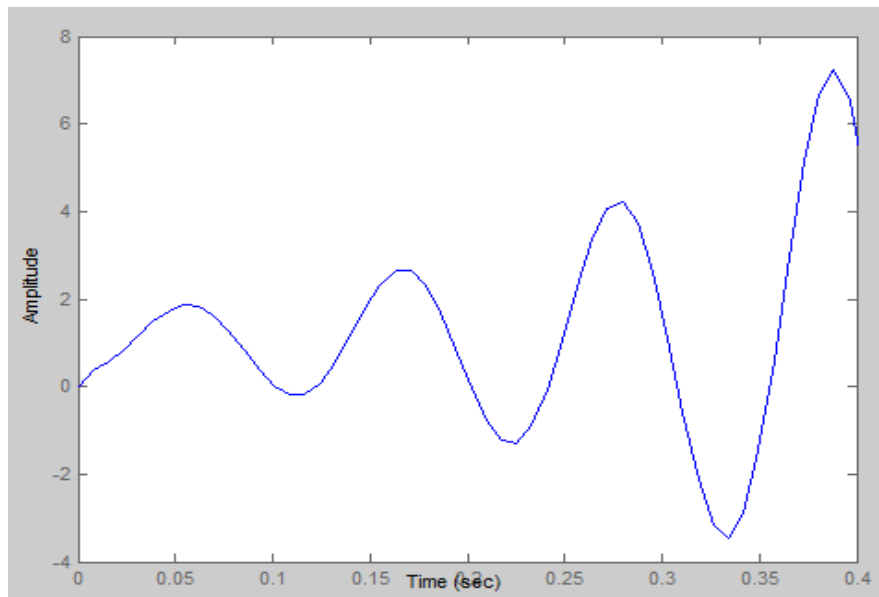
**Fig. 41: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PI**

Pode-se perceber que o mesmo que ocorreu anteriormente se repetiu agora. Ainda analisando entradas em degrau, os seguintes valores foram usados para os resistores:

**Tabela 10: Valores dos componentes utilizados na prática**

$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	6,1 k $\Omega$

Para esses valores a resposta do MATLAB é a seguinte:



**Fig. 42: Resposta mostrada pelo MATLAB**



As formas de onda obtidas no laboratório são mostradas abaixo.

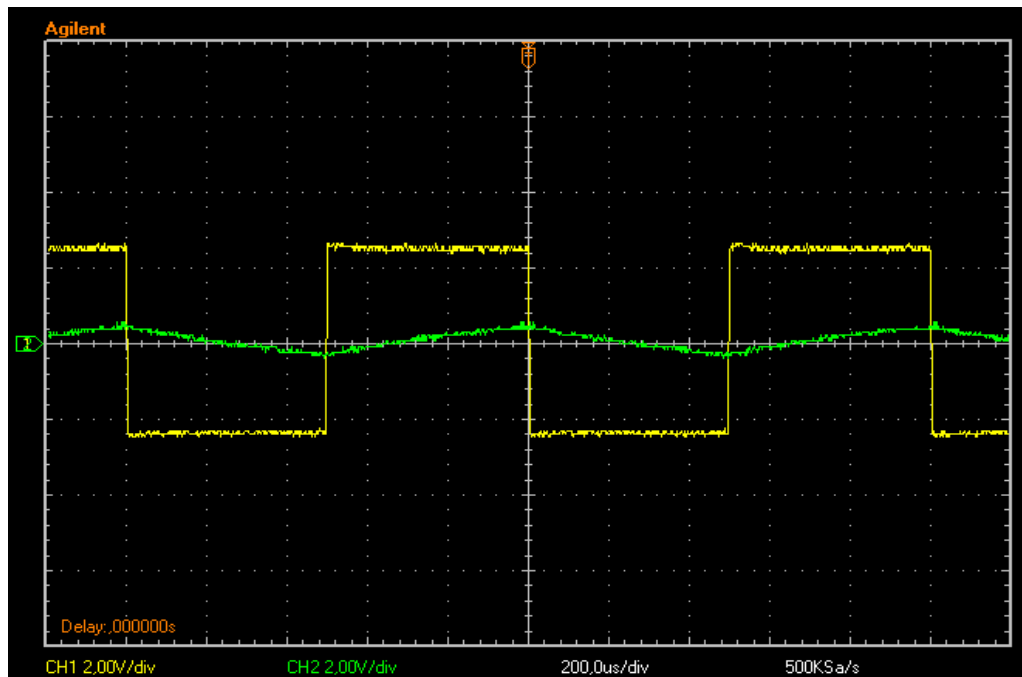


Fig. 43: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PI

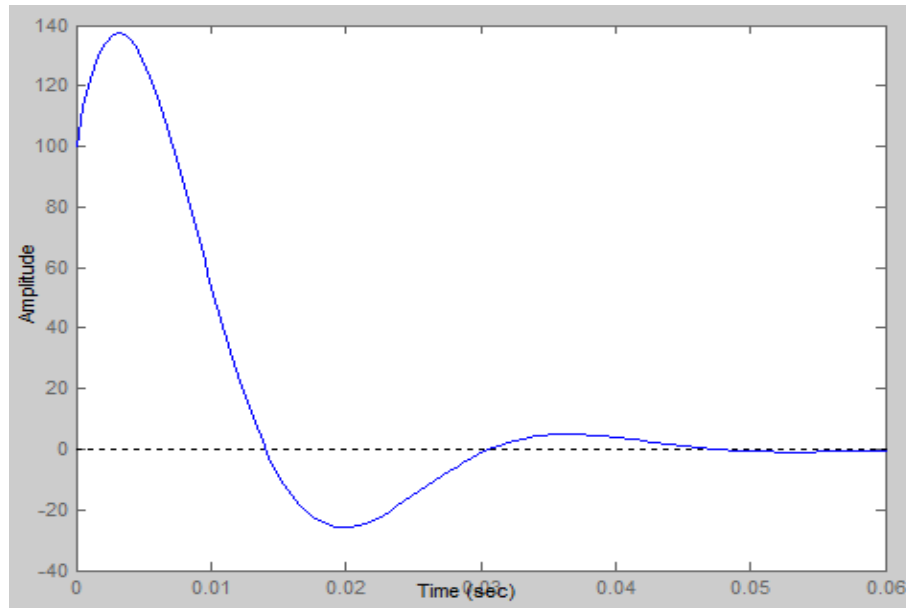
O fato de a entrada cessar rapidamente novamente influenciou na possibilidade de observar a natureza da resposta. Vale ressaltar nesse caso que a resposta oscila com um aumento indefinido, ou seja, o sistema é instável. Portanto, podemos inferir que de acordo com a escolha dos parâmetros do controlador pode-se levar o sistema a operar em faixas de instabilidade.

Analisa-se agora a resposta do mesmo sistema à entrada impulsiva. Os primeiros valores utilizados para os resistores do controlador foram os seguintes:

Tabela 11: Valores dos componentes utilizados na prática

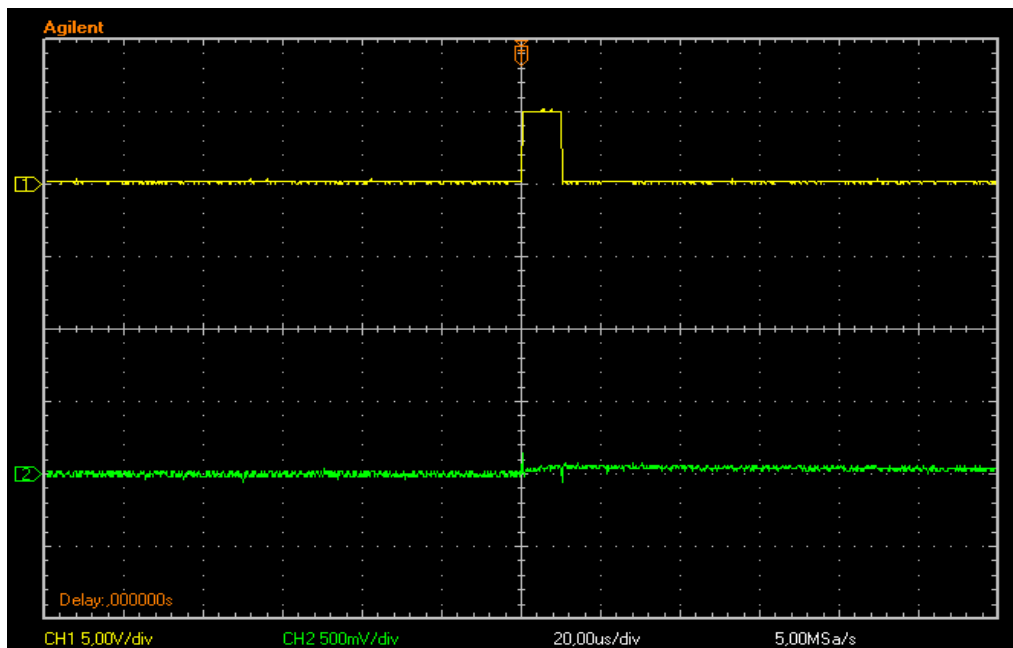
$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	10,1 k $\Omega$

O MATLAB mostra a seguinte resposta:



**Fig. 44: Resposta mostrada pelo MATLAB**

No osciloscópio foram observadas as seguintes formas de onda.



**Fig. 45: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PI**

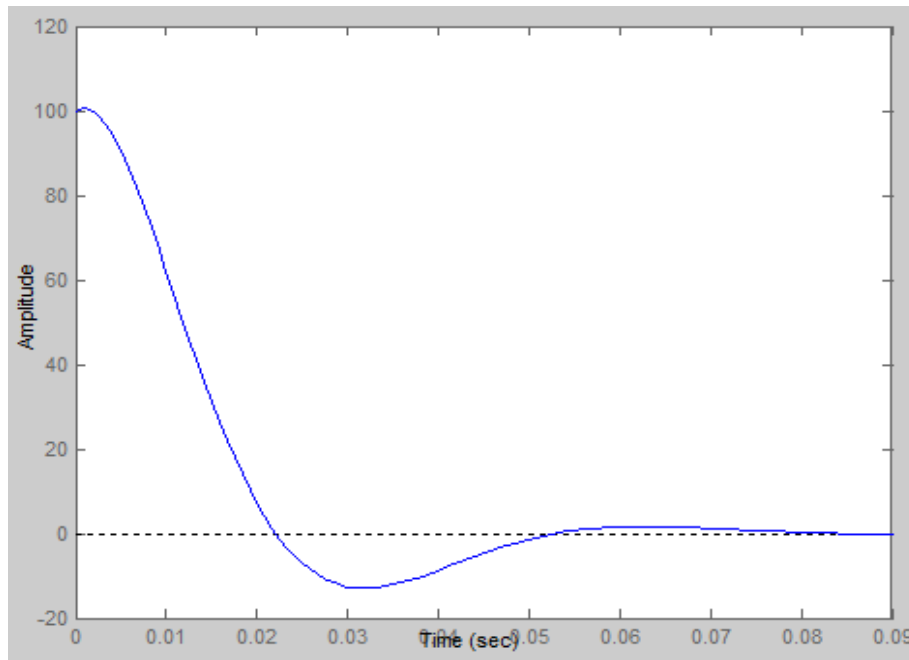
Mais uma vez não consegue se observar a mesma resposta que a teórica devido a natureza não-ideal do impulso gerado no laboratório.

Os valores das resistências foram mudados para o que segue:

**Tabela 12: Valores dos componentes utilizados na prática**

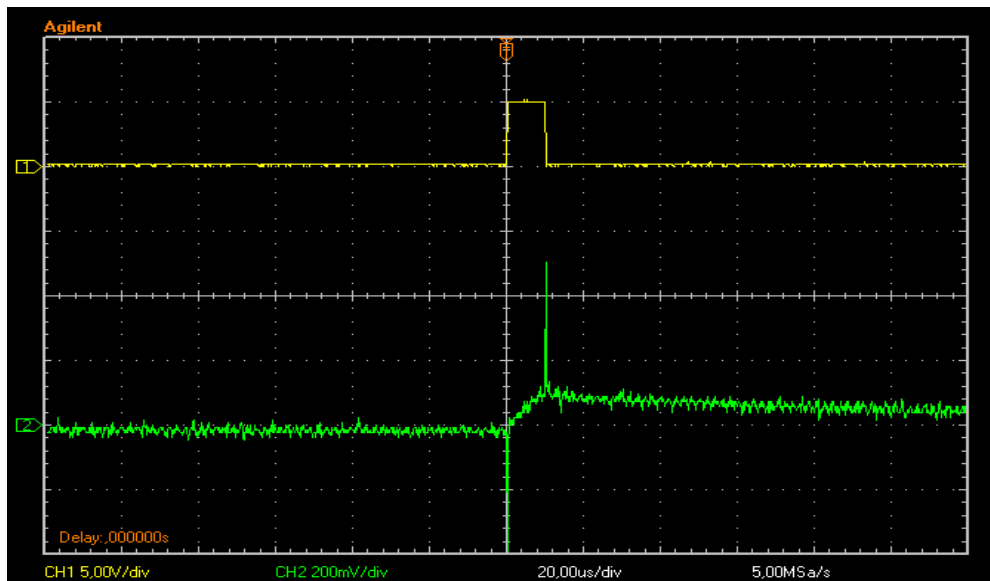
$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	30,9 k $\Omega$

A resposta do MATLAB é mostrada a seguir.



**Fig. 46: Resposta mostrada pelo MATLAB**

No laboratório observou-se o que mostra a fig.47.



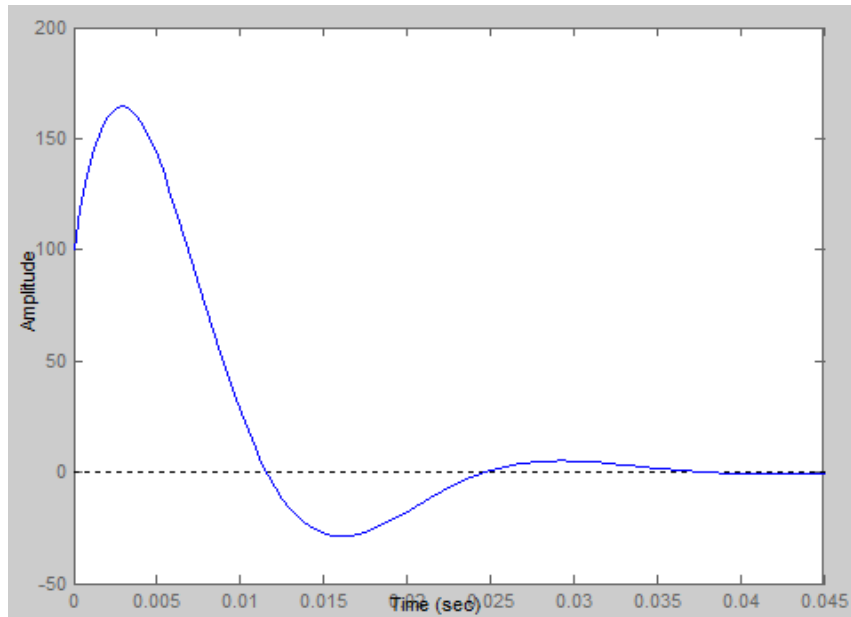
**Fig. 47: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PI**

Com uma última mudança nos valores das resistências pode-se analisar mais um caso.

**Tabela 13: Valores dos componentes utilizados na prática**

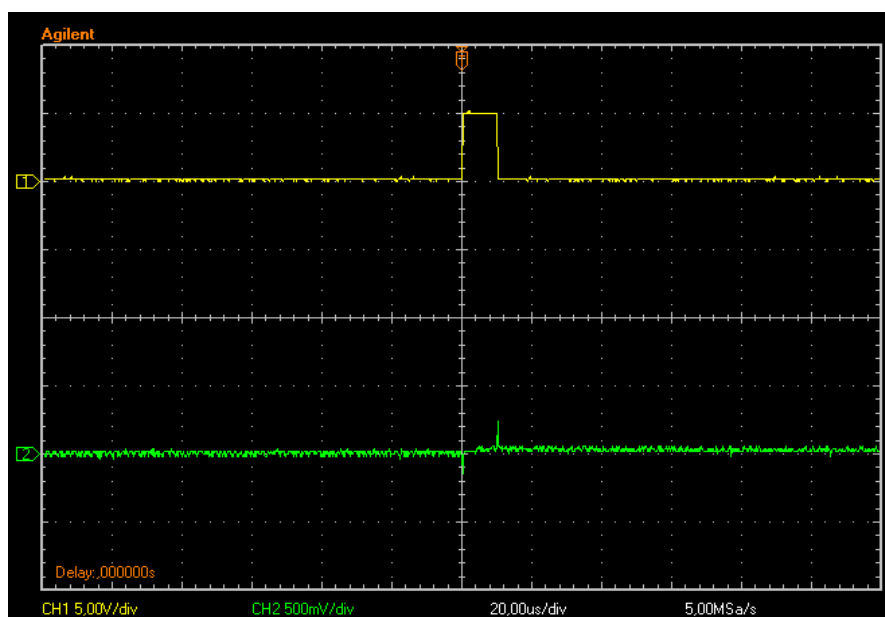
$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	6,1 k $\Omega$

Com o auxílio do MATLAB obtêm-se a seguinte resposta.



**Fig. 48: Resposta mostrada pelo MATLAB**

No osciloscópio as formas de onda observadas foram às seguintes.



**Fig. 49: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PI**

Nos dois casos anteriores a resposta observada no osciloscópio não se assemelha àquela obtida teoricamente com o MATLAB devido à dificuldade de se obter um impulso ideal.

O controlador do tipo proporcional-integral tem como principal intuito diminuir o erro estacionário da resposta do sistema. Esse controlador consiste em adicionar um pólo na origem e um zero muito próximo da origem para que o sistema se torne de ordem maior, porém a resposta não seja substancialmente afetada. No laboratório como os itens foram escolhidos de acordo com a disponibilidade não se pode alocar o zero num ponto desejável. Também se deve atentar para o fato de que a variação do ganho do controlador pode levar o sistema a trabalhar em regiões de instabilidade, portanto deve-se tomar cuidado ao realizar o projeto de um controlador.

Agora parte-se para a implementação de um controlador proporcional-derivativo como mostrado na Figura abaixo.

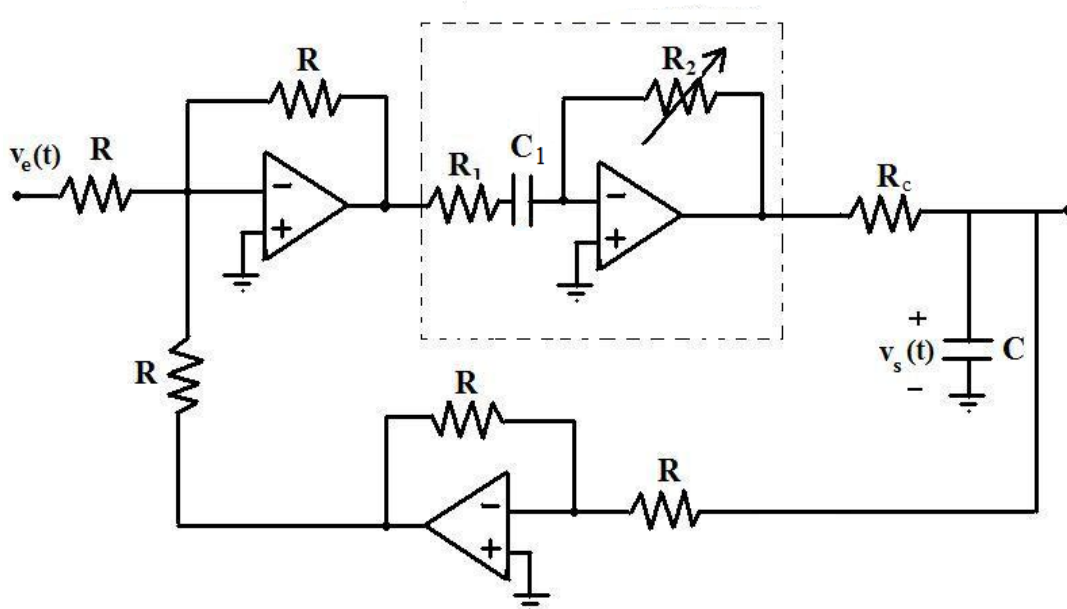


Fig. 50: Implementação do sistema com controlador PD

A função de transferência do sistema acima é a seguinte:

$$G(s) = \frac{R_1 R_2 C_1 s + R_2}{(R_1 R C + R_1 R_2 C_1) s + (R_1 + R_2)} \quad (49)$$

O valor da capacitância ( $C_1$ ) utilizada no controlador foi de 220 nF. Novamente os resistores R têm 10 k $\Omega$  de resistência e os resistores  $R_1$  e  $R_2$  terão seus valores mudados várias vezes para se obter diferentes ganhos. Os primeiros valores utilizados para observar o comportamento para uma entrada em degrau foram:

Tabela 14: Valores dos componentes utilizados na prática

$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	10,27 k $\Omega$

O MATLAB mostra a seguinte resposta.

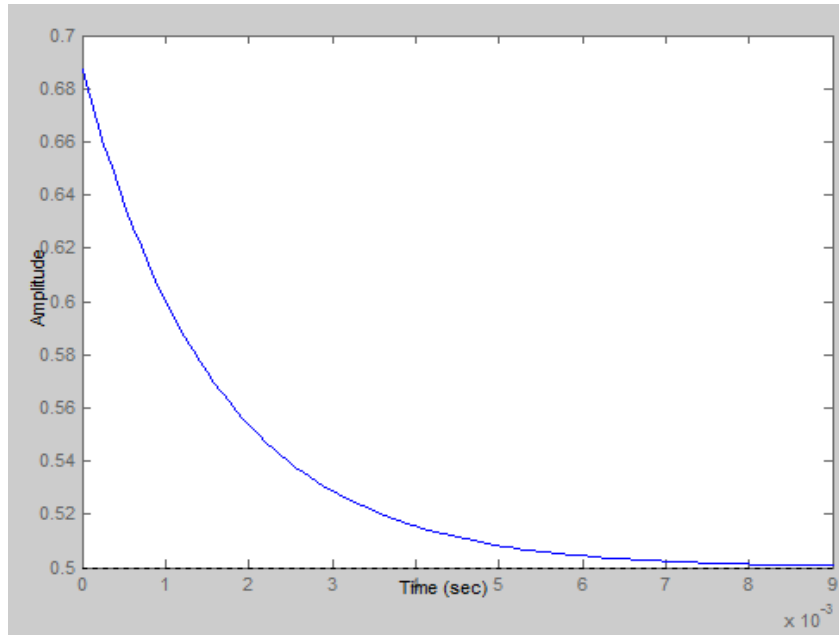


Fig. 51: Resposta mostrada pelo MATLAB

A resposta observada no laboratório é mostrada na Figura abaixo.

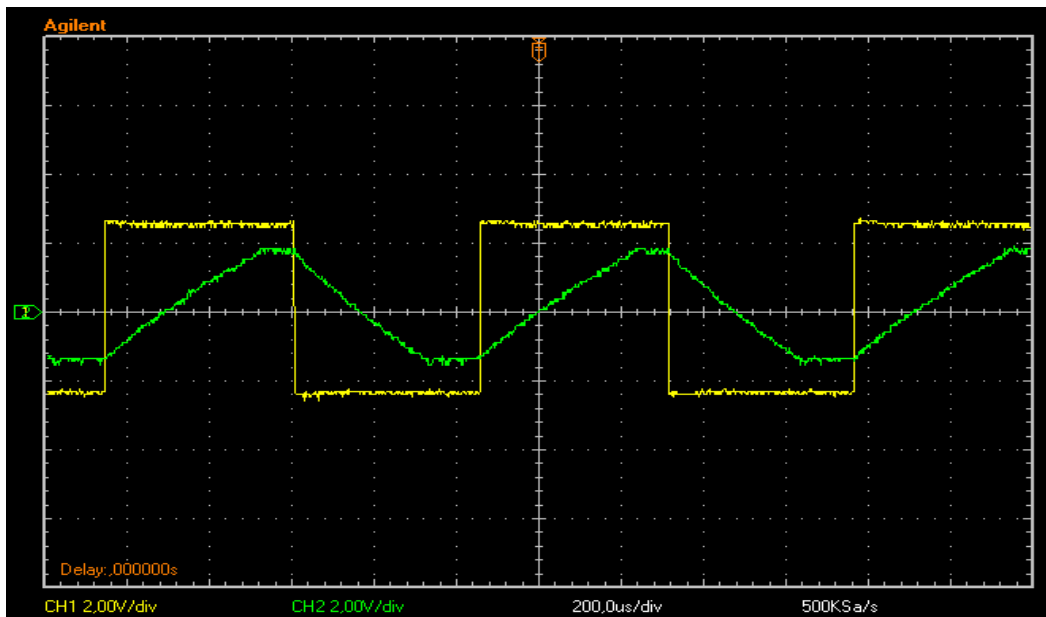


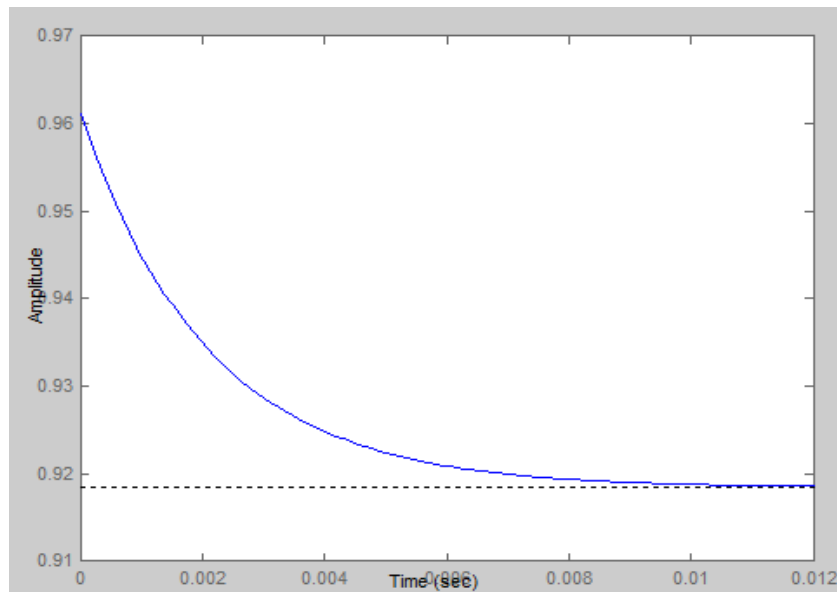
Fig. 52: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PD

Mudando agora os valores das resistências para:

**Tabela 15: Valores dos componentes utilizados na prática**

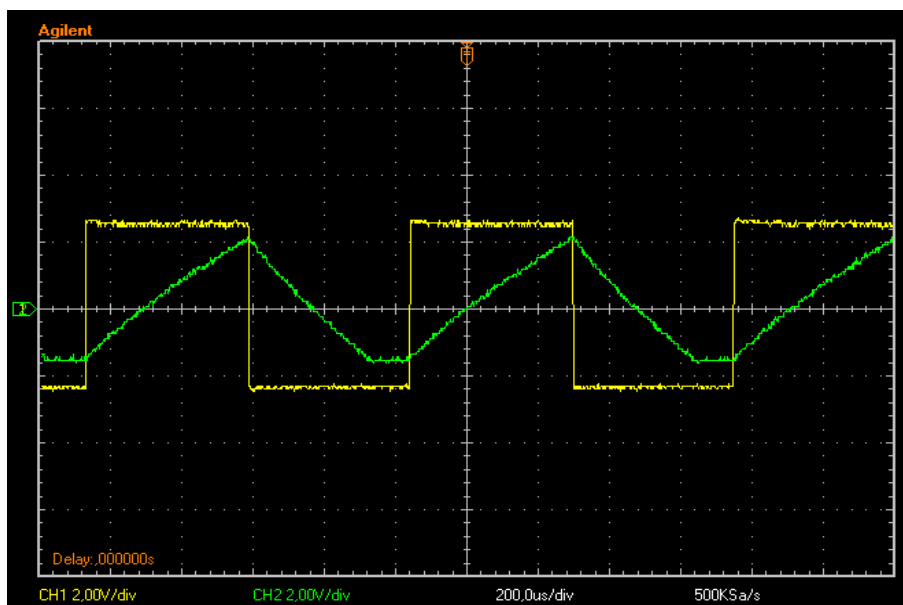
$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	112,6 k $\Omega$

Para tal caso a resposta do MATLAB é a seguinte.



**Fig. 53: Resposta mostrada pelo MATLAB**

No laboratório o osciloscópio foi usado para avaliar a resposta do sistema real.



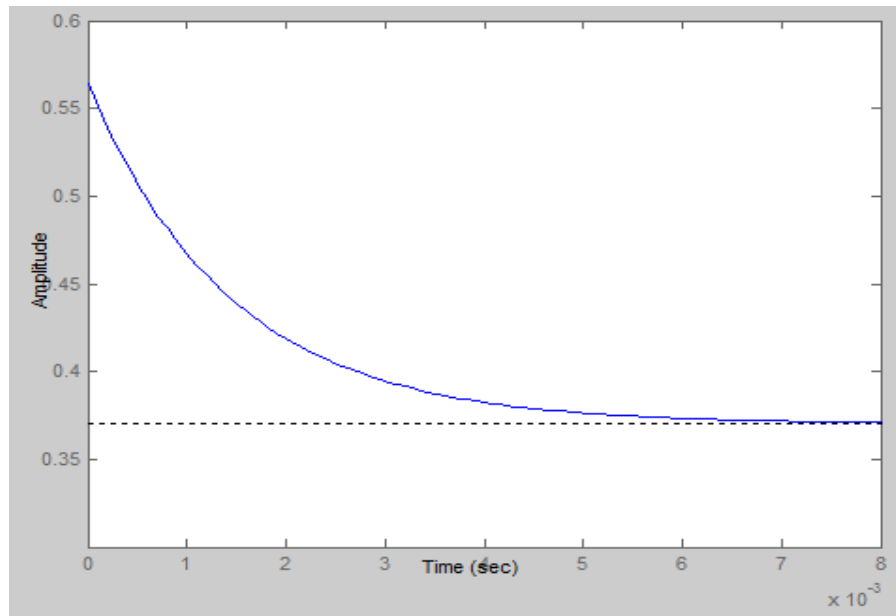
**Fig. 54: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PD**

Para a entrada em degrau um último caso foi analisado. Os valores dos resistores foram os seguintes.

**Tabela 16: Valores dos componentes utilizados na prática**

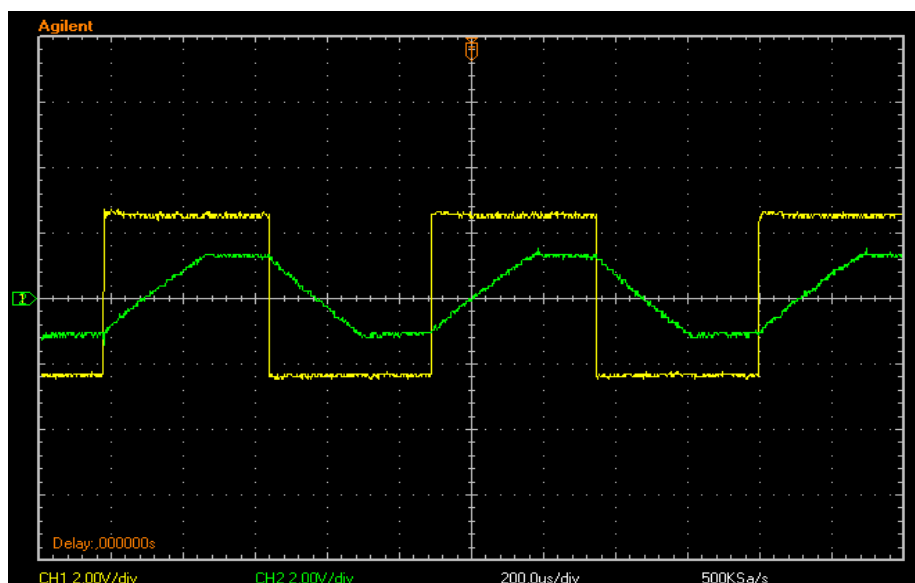
$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	5,88 k $\Omega$

A resposta simulada é mostrada abaixo.



**Fig. 55:Resposta mostrada pelo MATLAB**

No osciloscópio as formas de onda observadas estão ilustradas na Figura abaixo.



**Fig. 56: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PD**

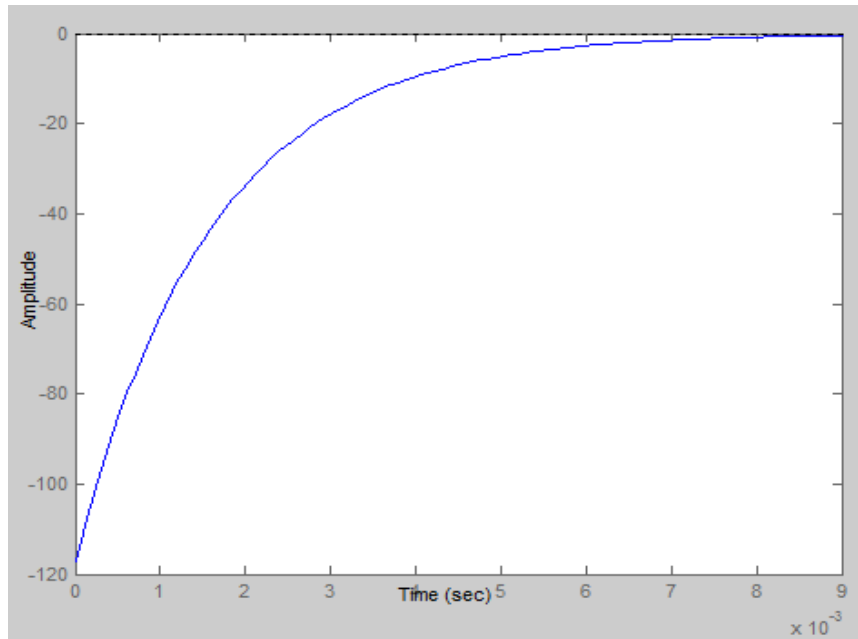


Nos casos anteriores pode-se perceber que a resposta está com a fase alterada se comparada com a simulação do MATLAB. Provavelmente nessa parte do experimento houve algum problema que passou despercebido e só pôde ser percebido após a realização das simulações com o MATLAB. Parte-se agora para a aplicação de entradas de duração mínima, simulando um impulso. Os primeiros valores de resistores usados foram os seguintes.

**Tabela 17: Valores dos componentes utilizados na prática**

$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	10,05 k $\Omega$

Com esses valores a simulação a entrada em impulso mostra a seguinte curva.



**Fig. 57: Resposta mostrada pelo MATLAB**

As formas de onda experimentais são as seguintes:

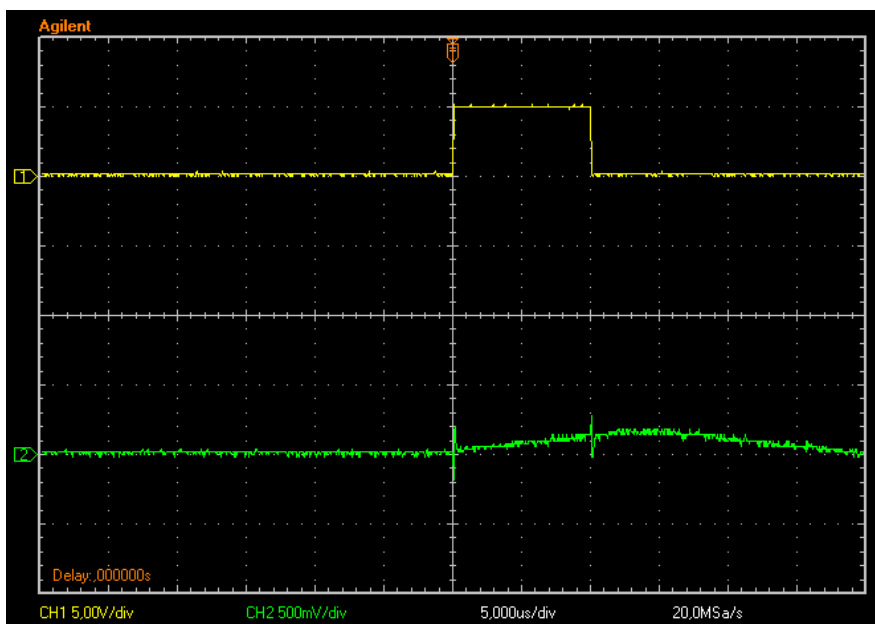


Fig. 58: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PD

Fazendo uma modificação dos parâmetros de ganho para:

Tabela 18: Valores dos componentes utilizados na prática

$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	112,6 k $\Omega$

A resposta do MATLAB segue abaixo:

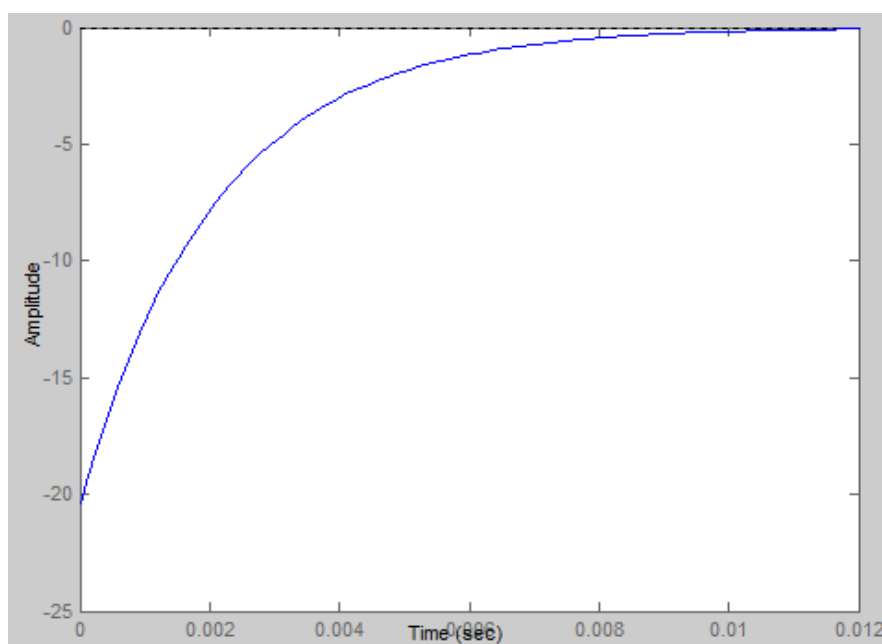


Fig. 59: Resposta mostrada pelo MATLAB

A fig.60 mostra o que foi visto no osciloscópio.

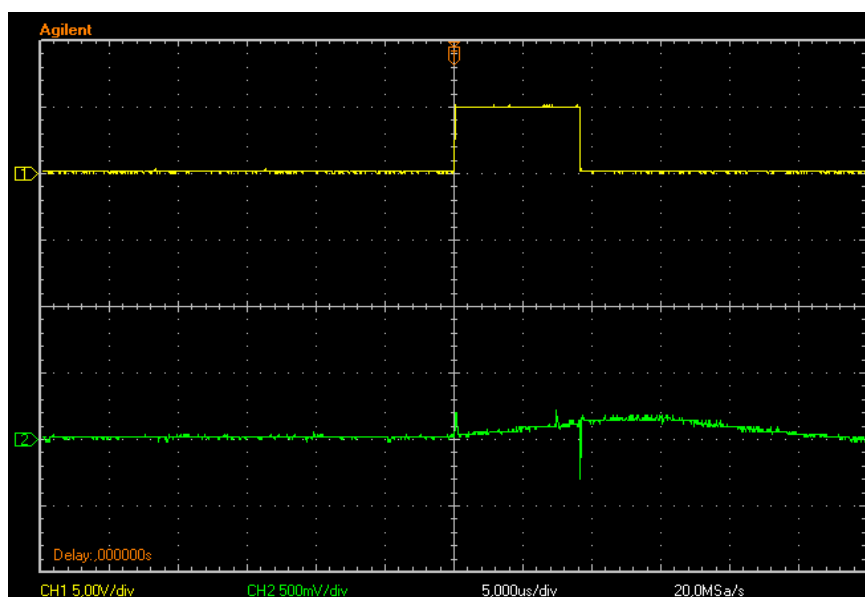


Fig. 60: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PD

Para uma última relação de resistências com os valores,

Tabela 19: Valores dos componentes utilizados na prática

$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	6,16 k $\Omega$

A resposta do MATLAB é a seguinte:

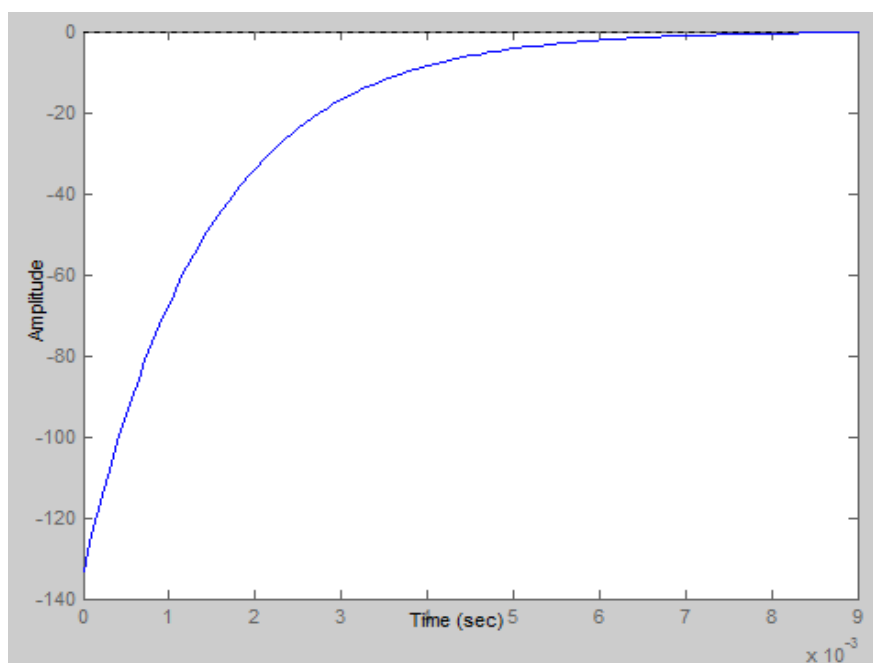


Fig. 61: Resposta mostrada pelo MATLAB

Com a montagem experimental a resposta observada foi a seguinte:

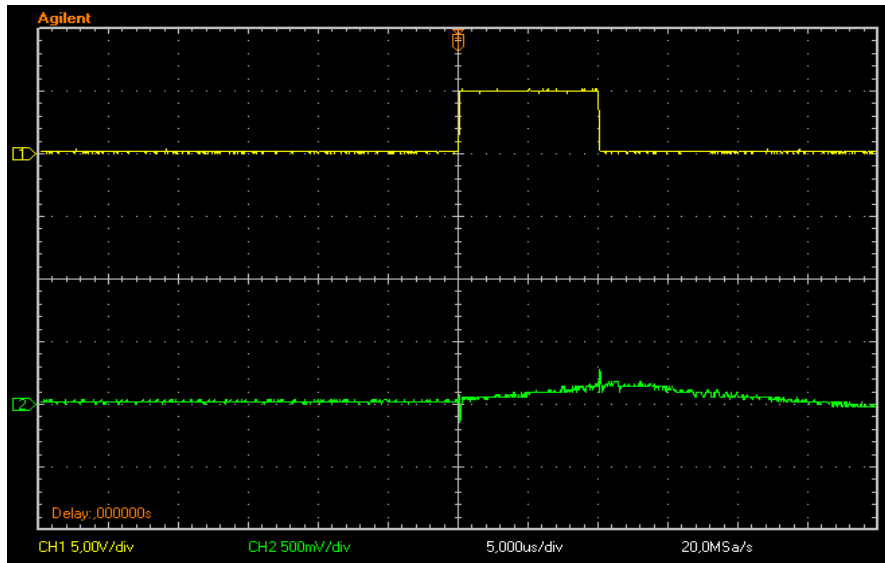


Fig. 62: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PD

Com a análise das Figuras anteriores continua-se a notar a diferença entre a resposta ao impulso ideal, calculada no MATLAB, e a resposta devido a uma aproximação feita em laboratório. Sobre o controlador PD vale ressaltar a sua importância na melhora da resposta transiente, que permite através da inserção de um zero em malha aberta ajustar constantes tais tempo de assentamento, tempo de pico e outras através da realocação dos pólos em malha fechada.

Por fim, deve-se estudar o controlador proporcional-integral-derivativo mostrado na fig.63.

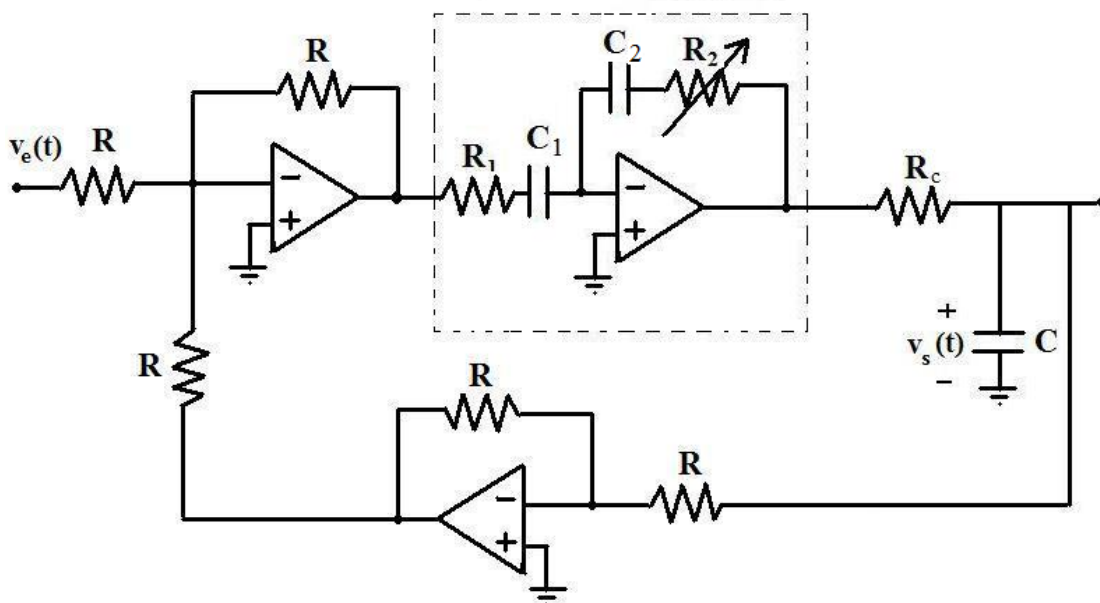


Fig. 63: Implementação do sistema com controlador PID

A função de transferência desse sistema é a seguinte:

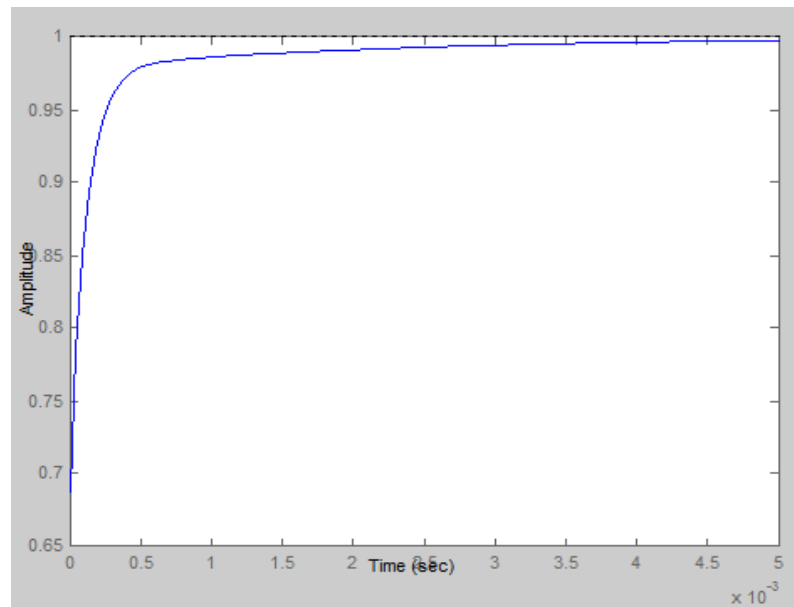
$$G(s) = \frac{s^2(R_1R_2C_1C_2) + s(R_1C_1 + R_2C_2) + 1}{s^2(R_1C_2RC + R_1R_2C_1C_2) + s(R_1C_2 + R_2C_2 + R_1C_1) + 1} \quad (50)$$

O valor da capacitância de entrada ( $C_1$ ) utilizada no controlador foi de 220 nF e da capacitância de realimentação ( $C_2$ ) foi 8,25 nF. Novamente os resistores R têm 10 k $\Omega$  de resistência e os resistores  $R_1$  e  $R_2$  terão seus valores mudados várias vezes para se obter diferentes ganhos. Os primeiros valores utilizados para observar o comportamento para uma entrada em degrau foram:

**Tabela 20: Valores dos componentes utilizados na prática**

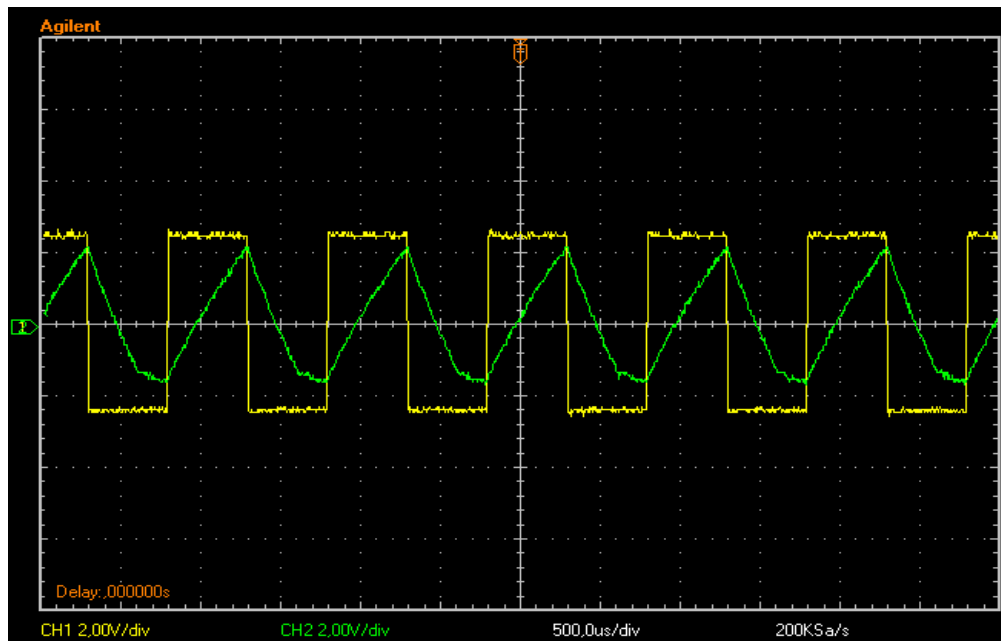
$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	10 k $\Omega$

O MATLAB mostra a seguinte resposta.



**Fig. 64: Resposta mostrada pelo MATLAB**

As formas de onda observadas no laboratório são as seguintes.



**Fig. 65:** Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PID

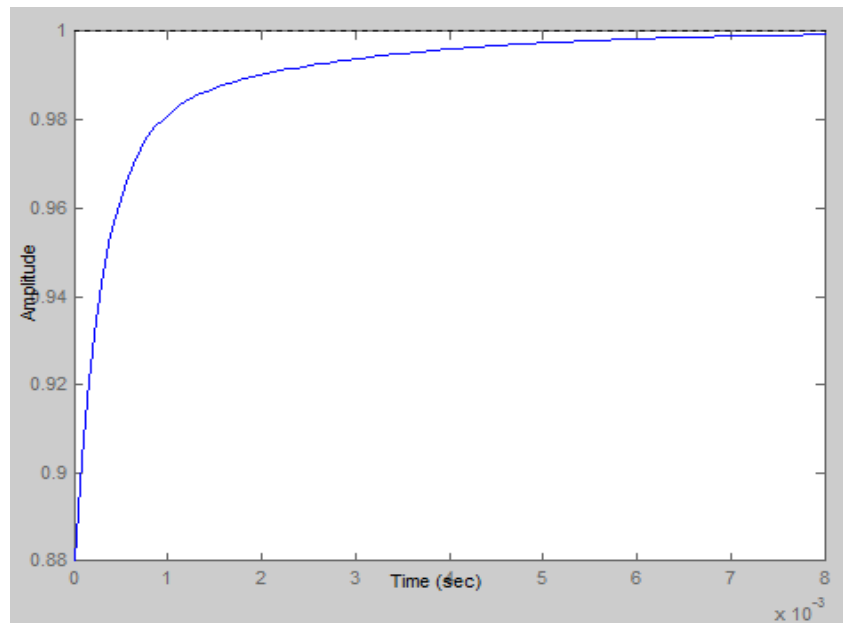
As formas de onda das Figuras anteriores são condizentes, no entanto como o sinal só é aplicado por um tempo de cerca de 0,5 ms, não é possível visualizar o momento que ele estabiliza no valor final aproximadamente 5 ms após o início da aplicação do sinal.

Agora os valores das resistências são mudados para avaliar o impacto sobre a resposta do sistema. Os novos valores são os seguintes.

**Tabela 21:** Valores dos componentes utilizados na prática

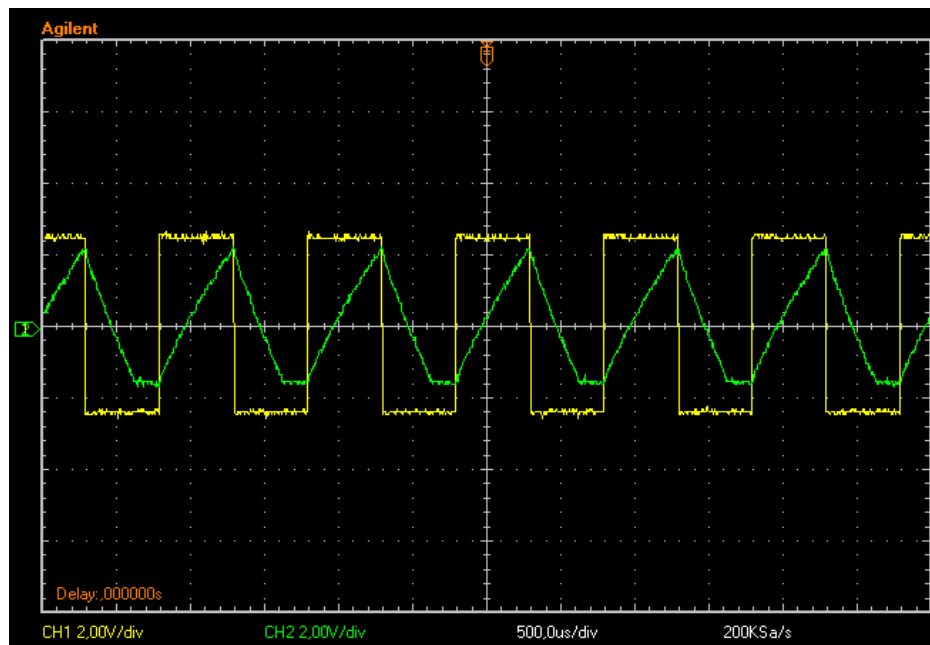
$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	33,4 k $\Omega$

A resposta obtida com a simulação no MATLAB é a mostrada abaixo.



**Fig. 66: Resposta mostrada pelo MATLAB**

Para esse caso a resposta vista no osciloscópio é a seguinte.



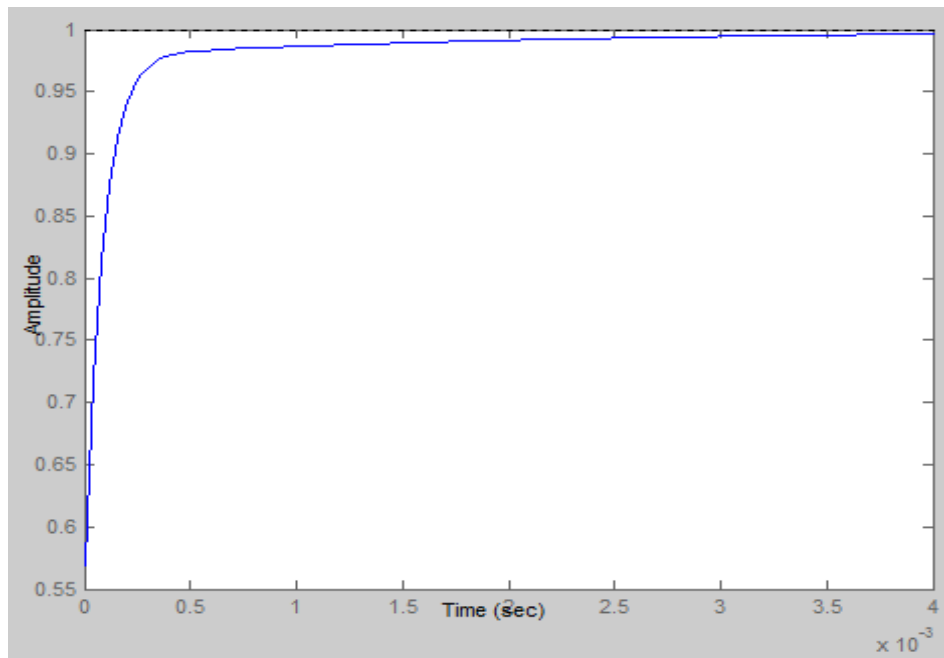
**Fig. 67: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PID**

O mesmo problema relativo ao tempo de atuação do sinal de entrada que ocorreu anteriormente se repetiu nessa parte do experimento impedindo ver o comportamento total da resposta. Um último caso foi analisado para o caso da entrada em degrau, com os seguintes valores para as resistências.

**Tabela 22: Valores dos componentes utilizados na prática**

$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	6 k $\Omega$

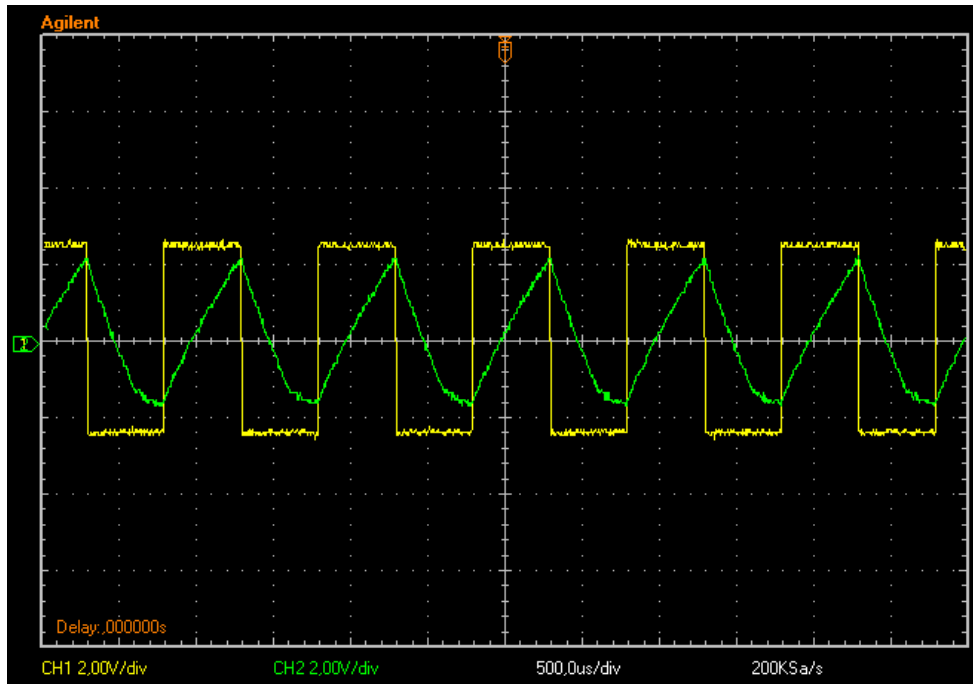
A forma da saída calculada pelo MATLAB é a da figura abaixo.



**Fig. 68: Resposta mostrada pelo MATLAB**



No laboratório a resposta observada foi à seguinte.



**Fig. 69: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PID**

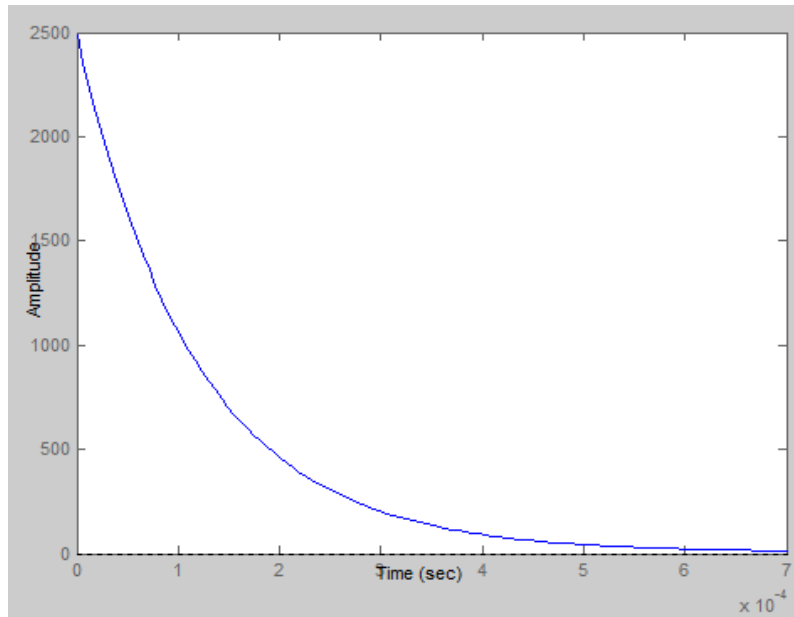
O problema do tempo persiste nesse último caso. Pode-se perceber através das figuras acima que as respostas foram bastante parecidas para as diferentes relações entre os valores de  $R_1$  e  $R_2$ . Isso implica que as mudanças nesses valores não têm forte influência na localização dos pólos e zeros inseridos no sistema.

Agora analisaremos as respostas para entrada sendo um impulso. Para isso os primeiros valores dos resistores usados foram os seguintes:

**Tabela 23: Valores dos componentes utilizados na prática**

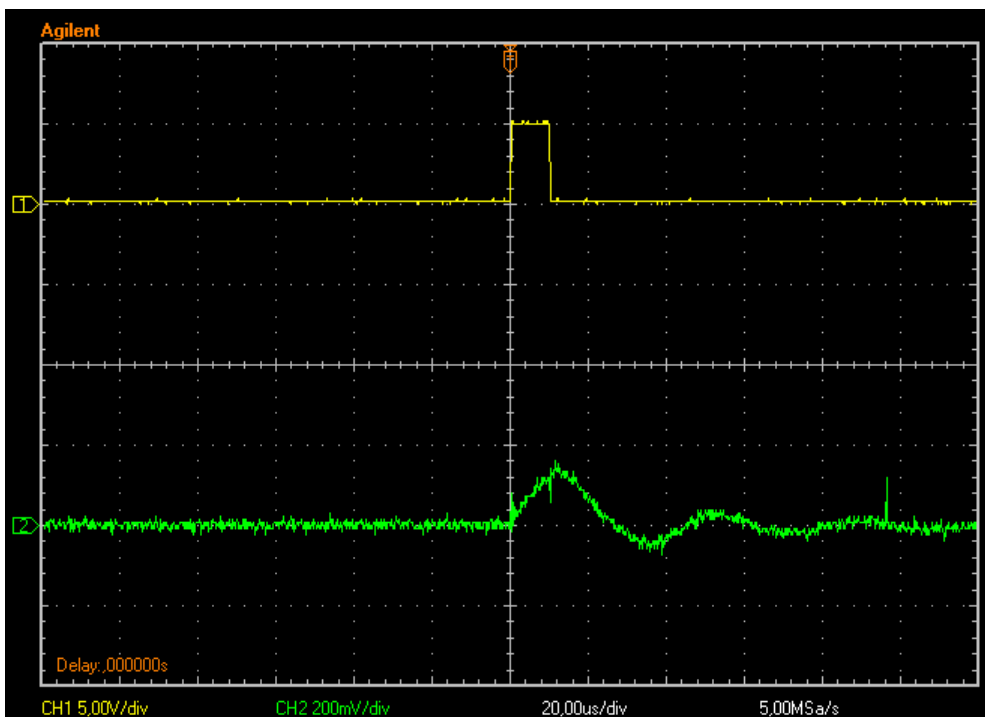
$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	9,99 k $\Omega$

Para tais valores a resposta mostrada pelo MATLAB é mostrada na fig.72.



**Fig. 70: Resposta mostrada pelo MATLAB**

Para a aproximação de entrada em impulso realizada no laboratório a resposta foi a seguinte.



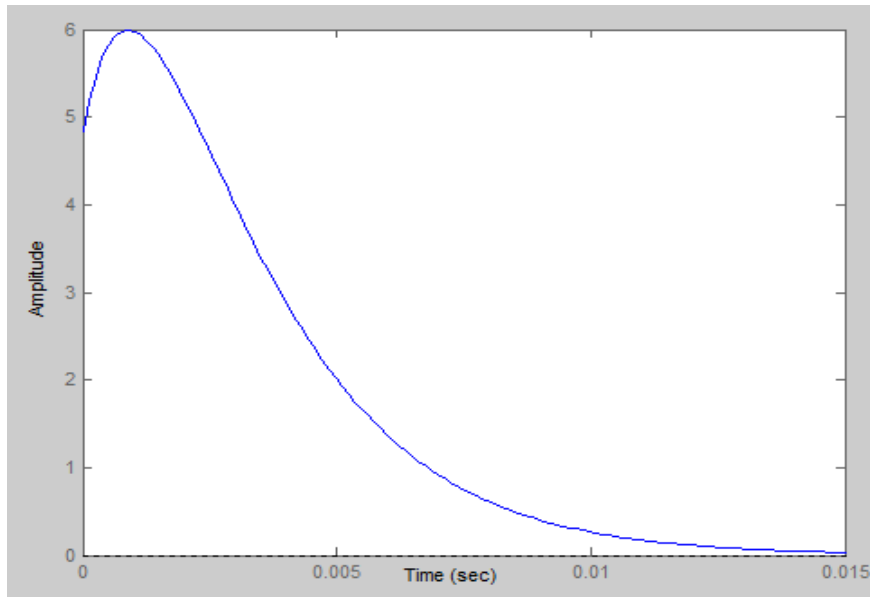
**Fig. 71: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PID**

Após isso as resistências foram substituídas para os seguintes valores:

**Tabela 24: Valores dos componentes utilizados na prática**

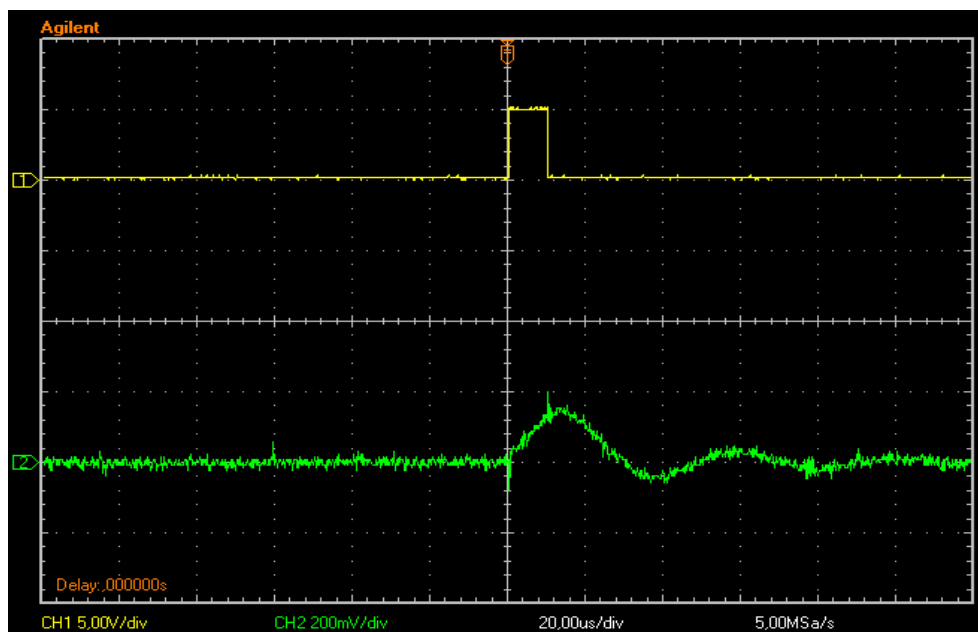
$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	163 k $\Omega$

Para os valores citados o MATLAB calculou a seguinte resposta.



**Fig. 72: Resposta pelo MATLAB**

No osciloscópio as formas de onda observadas foram às seguintes.



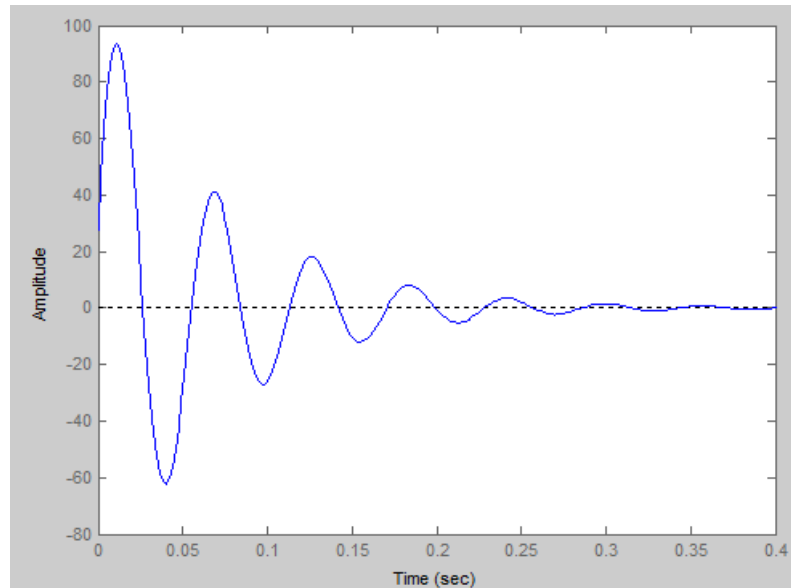
**Fig. 73: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PID**

Os últimos valores usados para analisar a entrada em impulso foram:

**Tabela 25: Valores dos componentes utilizados na prática**

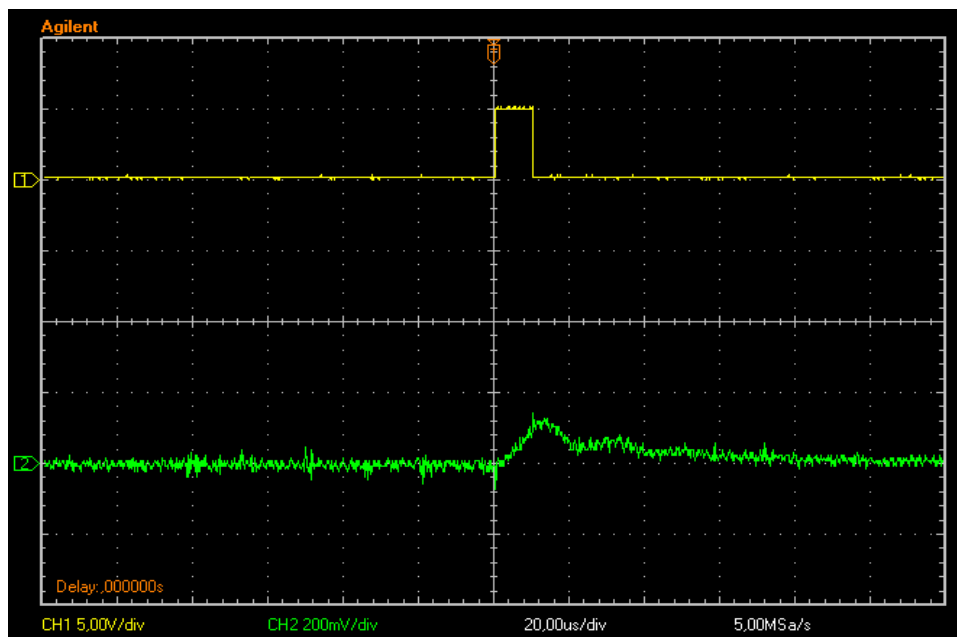
$R_1$	$R_2$
10 k $\Omega$	9,4 k $\Omega$

Para tais magnitudes de resistências o MATLAB calcula a seguinte resposta.



**Fig. 74: Resposta mostrada pelo MATLAB**

No laboratório a resposta obtida foi a seguinte:



**Fig. 75: Formas de onda de entrada (amarelo) e saída (verde) usando controlador tipo PID**

Nas respostas ao impulso obtidas anteriormente pode-se notar a presença de uma componente oscilante que provavelmente causada por alguma perturbação inerente ao experimento. Como esperado as respostas teóricas e reais apresentam grandes diferenças.

O controlador do tipo PID realiza uma melhora geral tanto no erro do sistema como em sua resposta transiente, além de proporcionar um ganho na saída. O entendimento dos controladores estudados anteriormente é indispensável no estudo de sistemas de controle.

## **CÓDIGOS MATLAB**

### **CIRCUITO RC**

#### **Resposta ao Degrau**

```
>> A=[0 0 1];  
>> B=[0 0.001 1];  
>> t=0:0.5:4;  
>> step(A,B,t)
```

#### **Resposta ao impulso**

```
>> C=[0 0 1];  
>> D=[0 0.001 1];  
>> impulse(C,D)
```

### **SAÍDA DO CIRCUITO RC EM UM AMPLIFICADOR DE GANHO -1 REALIMENTANDO UMA ENTRADA DE UM CIRCUITO SOMADOR DE GANHO 1 COM CONTROLADOR PROPORCIONAL**

#### **Resposta ao degrau-ganho=1**

```
>> E=[0 0 1];  
>> F=[0 0.001 2];  
>> step(E,F)
```

#### **Resposta ao degrau-ganho maior que 1**

```
> G=[0 0 1.62];  
>> H=[0 0.001 2.62];  
>> step(G,H)
```

#### **Resposta ao degrau-ganho menor que 1**

```
>> J=[0 0 0.5];  
>> I=[0 0.001 1.5];  
>> step(J,I)
```

#### **Resposta ao impulso-ganho=1**

```
>> A=[0 0 1];  
>> B=[0 0.001 2];  
>> impulse(A,B)
```

#### **Resposta ao impulso- ganho maior que 1**

```
>> C=[0 0 3.9];  
>> D=[0 0.001 4.9];  
>> impulse(C,D)
```

#### **Resposta ao impulso- ganho menor que 1**

```
>> E=[0 0 0.2];  
>> F=[0 0.001 1.2];  
>> impulse(E,F)
```

## UTILIZANDO O CONTROLADOR PI

### Resposta ao degrau-ganho1

```
>> A=[0 10000 4.55*10^6];  
>> B=[100 20000 4.55*10^6];  
>> step(A,B)
```

### Resposta ao degrau-ganho menor que1

```
>> C=[0 6100 4,55*10^6];  
>> D=[61 16100 4,55*10^6];  
>> step(C,D)
```

### Resposta ao degrau-ganho maior que1

```
>> K=[0 17300 4.55*10^6];  
>> L=[173 27300 4.55*10^6];  
>> step(K,L)
```

### Resposta ao impulso-ganho=1

```
>> A=[0 10000 4.55*10^6];  
>> B=[100 20000 4.55*10^6];  
>> impulse(A,B)
```

### Resposta ao impulso-ganho maior que1

```
>> C=[0 31000 4.55*10^6];  
>> D=[310 41000 4.55*10^6];  
>> impulse(C,D)
```

### Resposta ao impulso-ganho menor que1

```
>> E=[0 6100 4.55*10^6];  
>> F=[61 16100 4.55*10^6];  
>> impulse(E,F)
```

## UTILIZANDO O CONTROLADOR PD

### Resposta ao degrau-ganho1

```
>> A=[0 22 10000];  
>> B=[0 32 20000];  
>> step(A,B)
```

### Resposta ao degrau-ganho maior que1

```
>> C=[0 247.72 112600];  
>> D=[0 257.72 122600];  
>> step(C,D)
```

### Resposta ao degrau-ganho menor que1

```
>> E=[0 12.936 5880];  
>> F=[0 22.936 15880];  
>> step(E,F)
```

### **Resposta ao impulso-ganho=1**

```
>> A=[0 22 10000];  
>> B=[0 32 20000];  
>> impulse(A,B)
```

### **Resposta ao impulso- ganho maior que 1**

```
>> C=[0 247.72 112600];  
>> D=[0 257.72 122600];  
>> impulse(C,D)
```

### **Resposta ao impulso- ganho menor que 1**

```
>> E=[0 13.552 6160];  
>> F=[0 23.552 16160];  
>> impulse(E,F)
```

## **UTILIZANDO O CONTROLADOR PID**

### **Resposta ao degrau-ganho1**

```
>> A=[1.815*10^-7 2.2825*10^-3 1];  
>> B=[2.64*10^-7 2.365*10^-3 1];  
>> step(A,B)
```

### **Resposta ao degrau-ganho maior que 1**

```
>> C=[6.0621*10^-7 2.47555*10^-3 1];  
>> D=[6.8871*10^-7 2.55805*10^-3 1];  
>> step(C,D)
```

### **Resposta ao degrau-ganho menor que 1**

```
>> E=[1.089*10^-7 2.2495*10^-3 1];  
>> F=[1.914*10^-7 2.332*10^-3 1];  
>> step(E,F)
```

### **Resposta ao impulso-ganho1**

```
>> A=[1.815*10^-7 2.2825*10^-3 1];  
>> B=[2.64*10^-7 2.365*10^-3 1];  
>> impulse(A,B)
```

### **Resposta ao impulso-ganho maior que 1**

```
>> C=[2.95945*10^-6 3.54475*10^-3 1];  
>> D=[3.04095*10^-6 3.62725*10^-3 1];  
>> impulse(C,D)
```



## CONCLUSÃO

A resposta ao impulso simulada a partir do MATLAB não é condizente com a resposta vista no laboratório, isto porque no gerador de funções o impulso é visto como um pulso de baixíssimo *duty cycle*, diferentemente do impulso simulado que no caso é um impulso ideal.

O circuito somador foi utilizado no sistema para fazer a inversão do sinal.

Percebeu-se que o efeito de um controlador proporcional na malha aberta de um sistema de 1ª ordem com realimentação negativa unitária é a mudança do tempo de resposta do sistema além de obter controle sobre a amplitude da saída. A mudança nos valores de ganho num sistema nunca pode tornar o sistema instável já que a raiz sempre se encontrará na parte negativa do eixo real.

O controlador do tipo proporcional-integral tem como principal intuito diminuir o erro estacionário da resposta do sistema. Esse controlador consiste em adicionar um pólo na origem e um zero muito próximo da origem para que o sistema se torne de ordem maior, porém a resposta não seja substancialmente afetada. No laboratório como os itens foram escolhidos de acordo com a disponibilidade não se pode alocar o zero num ponto desejável. Também se deve atentar para o fato de que a variação do ganho do controlador pode levar o sistema a trabalhar em regiões de instabilidade, portanto deve-se tomar cuidado ao realizar o projeto de um controlador.

Sobre o controlador PD vale ressaltar a sua importância na melhora da resposta transiente, que permite através da inserção de um zero em malha aberta ajustar constantes tais tempo de assentamento, tempo de pico e outras através da realocação dos pólos em malha fechada.

O controlador do tipo PID realiza uma melhora geral tanto no erro do sistema como em sua resposta transiente, além de proporcionar um ganho na saída.

## REFERÊNCIAS

- [1] OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. 4.ed. São Paulo: Prentice Hall, 2004.
- [2] LATHI, B. P. **Sinais e Sistemas Lineares**. 2.ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.
- [3] NISE, Norman S. **Engenharia de Sistemas de Controle**. 5.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.