

Princípios de Transmissão Digital

Edmar José do Nascimento
(Princípios de Comunicações)

<http://www.univasf.edu.br/~edmar.nascimento>

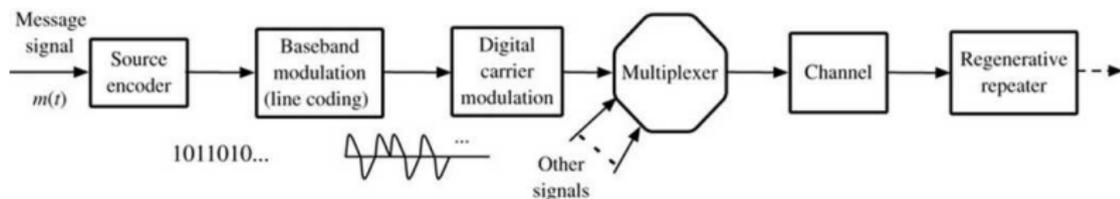
Universidade Federal do Vale do São Francisco

Roteiro

- 1 Introdução
- 2 Análise Espectral
- 3 Formatação de Pulso
- 4 Repetidor Regenerativo
- 5 Comunicações M-árias

Sistemas de Comunicações Digitais

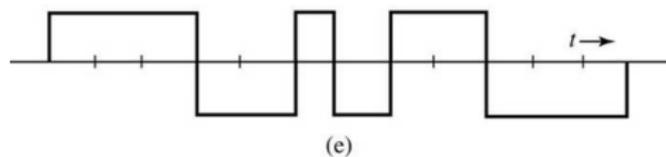
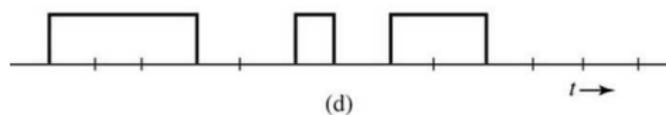
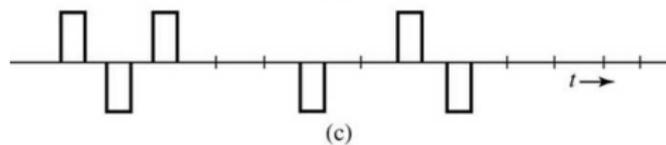
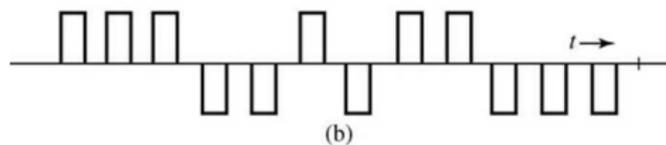
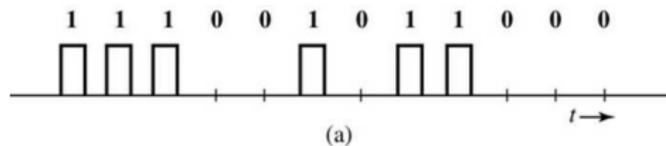
- Um sistema de comunicação digital é formado por diversos componentes: fonte, codificador de linha, modulador, multiplexador e repetidor regenerador



Sistemas de Comunicações Digitais

- Fonte
 - Sequência de dígitos (números) provenientes de alguma fonte de informação
 - Sequência de números binários provenientes de algum tipo de PCM binário
- Codificador de linha
 - Codifica a saída da fonte em pulsos elétricos
 - Vários tipos de codificação são possíveis (on-off, polar, bipolar, etc.) com possíveis variações na largura do pulso
 - No esquema NRZ (nonreturn-to-zero), o pulso ocupa toda a largura do bit
 - No esquema RZ (return-to-zero), o pulso se anula antes do intervalo do bit seguinte

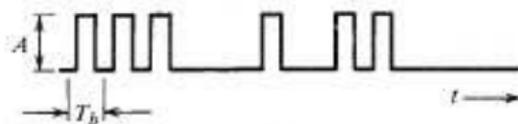
Códigos de Linha



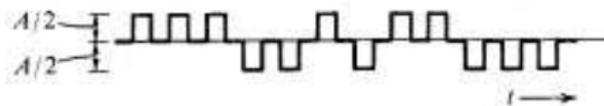
Sistemas de Comunicações Digitais

- Multiplexador
 - Combina várias fontes de dados através de intercalamento
- Repetidor Regenerativo
 - São usados ao longo da linha de transmissão com o objetivo de regenerar o sinal
 - Evita o acúmulo de ruído
 - Para que o repetidor funcione, é necessário que ele disponha do sinal de relógio
 - O sinal de relógio pode ser inserido no próprio sinal se o código de linha for adequadamente escolhido
 - O relógio pode ser extraído usando-se um circuito ressonante sintonizado na frequência do relógio

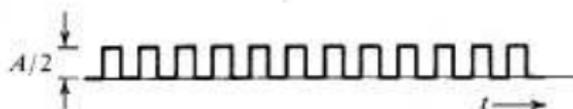
Repetidor Regenerativo



(a)



(b) Random component



(c) Periodic component

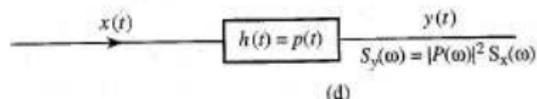
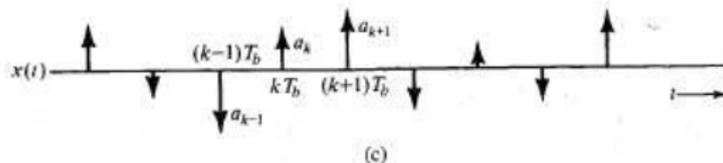
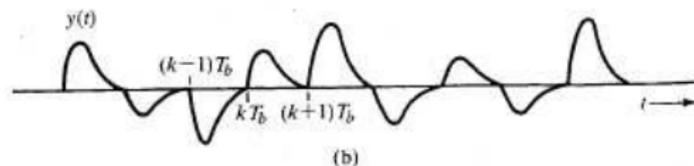
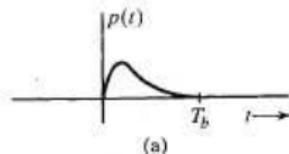
Codificação de Linha

- Um código de linha é escolhido de modo a satisfazer algumas propriedades:
 - A largura de banda de transmissão deve ser a menor possível
 - Para uma dada largura de banda e uma dada probabilidade de erro, a potência transmitida deve ser a menor possível
 - Deve propiciar a detecção ou a correção de erros
 - Deve possuir nível DC nulo para evitar problemas nos repetidores
 - Deve incluir a informação de relógio nos dados transmitidos
 - Deve ser transparente, ou seja, deve ser capaz de transmitir dados corretamente independente do padrão dos dados transmitidos

Densidade Espectral de Potência

- Com o método descrito a seguir, pode-se analisar as características espectrais de diversos códigos de linha
- Considera-se que os pulsos são espaçados de T_b segundos (T_b - Tempo de bit)
- A taxa de transmissão é dada por $R_b = 1/T_b$ pulsos por segundo
- O pulso básico é denotado por $p(t)$ e a sua transformada de Fourier por $P(\omega)$
- A informação é representada por uma seqüência de pulsos $a_k p(t)$ denotada por $y(t)$
 - Os códigos de linha on-off, polar e bipolar são casos especiais em que $a_k \in \{-1, 0, 1\}$ com restrições na forma do pulso básico

Densidade Espectral de Potência



Densidade Espectral de Potência

- O trem de pulsos $y(t)$ pode ser representado como a saída de um sistema linear tendo como entrada impulsos de área a_k e resposta ao impulso $h(t) = p(t)$
- Nesse caso, a DEP de $y(t)$ é dada por:

$$S_y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_x(\omega) = |P(\omega)|^2 S_x(\omega)$$

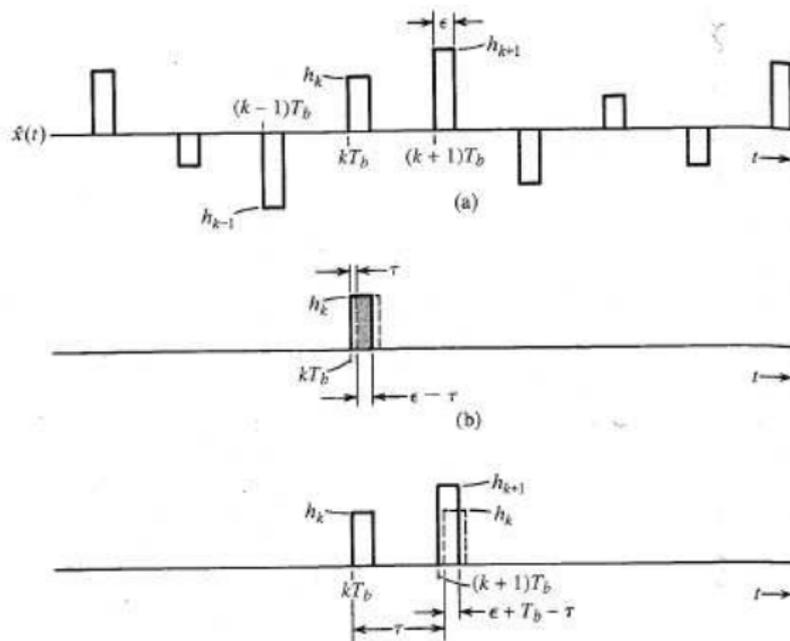
- Em que,

$$S_x(\omega) = \mathcal{F}\{\mathcal{R}_x(\tau)\}$$

- A autocorrelação de $x(t)$ pode ser calculada considerando-se uma aproximação dos impulsos por pulsos retangulares de largura ϵ e altura h_k

$$\epsilon h_k = a_k$$

Densidade Espectral de Potência



Densidade Espectral de Potência

- Sendo $\hat{x}(t)$ o trem de pulsos retangulares correspondente ao trem de impulsos $x(t)$, então:

$$\mathcal{R}_{\hat{x}}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \hat{x}(t) \hat{x}(t - \tau) dt$$

- Se $\tau < \epsilon$, então:

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{\hat{x}} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_k h_k^2 (\epsilon - \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_k a_k^2 \left(\frac{\epsilon - \tau}{\epsilon^2} \right) \\ &= \frac{R_0}{\epsilon T_b} \left(1 - \frac{\tau}{\epsilon} \right), \quad R_0 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_b}{T} \sum_k a_k^2 \end{aligned}$$

Densidade Espectral de Potência

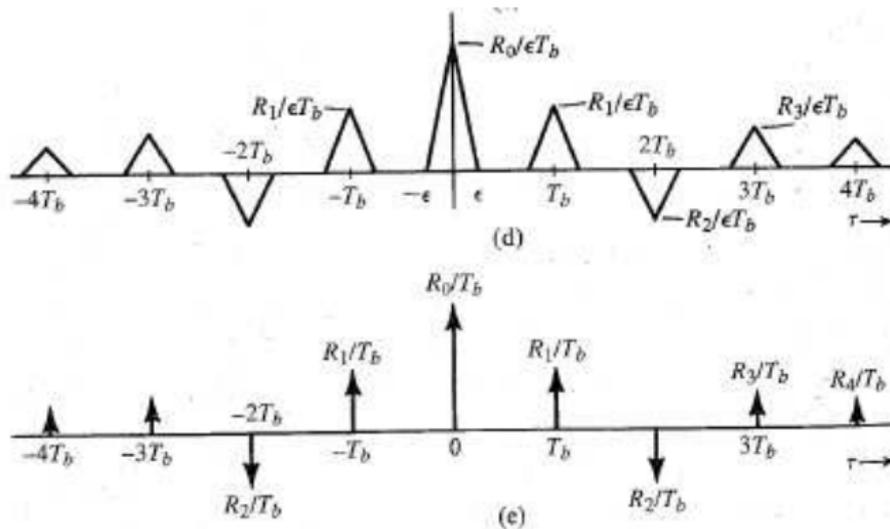
- Em um intervalo de duração T , há $N = T/T_b$ pulsos espaçados a cada T_b segundos, logo:

$$R_0 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_k a_k^2 = E[a_k^2]$$

- Como $\mathcal{R}_{\hat{x}}(\tau)$ é uma função par de τ , então:

$$\mathcal{R}_{\hat{x}} = \frac{R_0}{\epsilon T_b} \left(1 - \frac{|\tau|}{\epsilon}\right), \quad |\tau| < \epsilon$$

Densidade Espectral de Potência



Densidade Espectral de Potência

- Quando τ se aproxima de T_b , o k -ésimo pulso de $\hat{x}(t - \tau)$ começa a se sobrepor ao $(k+1)$ -ésimo pulso de $\hat{x}(t)$
- De modo similar, $\mathcal{R}_{\hat{x}}(\tau)$ será dado por um pulso triangular de largura 2ϵ e altura $R_1/\epsilon T_b$, com

$$R_1 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_b}{T} \sum_k a_k a_{k+1} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_k a_k a_{k+1} = E[a_k a_{k+1}]$$

- Resultados semelhantes, são obtidos para $\tau = 2T_b, 3T_b, \dots$, de modo que:

$$R_n = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_b}{T} \sum_k a_k a_{k+n} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_k a_k a_{k+n} = E[a_k a_{k+n}]$$

Densidade Espectral de Potência

- No limite, quando $\epsilon \rightarrow 0$, $\mathcal{R}_{\hat{x}}(\tau) \rightarrow \mathcal{R}_x(\tau)$
- Os pulsos triangulares tendem a impulsos de área R_n/T_b e assim:

$$\mathcal{R}_x(\tau) = \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n \delta(\tau - nT_b)$$

- A DEP de $x(t)$ é dada então por:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n e^{-jn\omega T_b} = \frac{1}{T_b} \left(R_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos n\omega T_b \right)$$

Densidade Espectral de Potência

- Assim, a DEP de $y(t)$ é dada por:

$$\begin{aligned} S_y(\omega) &= |P(\omega)|^2 S_x(\omega) = \frac{|P(\omega)|^2}{T_b} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n e^{-jn\omega T_b} \right) \\ &= \frac{|P(\omega)|^2}{T_b} \left(R_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos n\omega T_b \right) \end{aligned}$$

- Para cada código de linha, tem-se um $P(\omega)$ e um R_n específico que permitem calcular a DEP de $y(t)$

DEP para Sinalização Polar

- Na sinalização polar tem-se:
 - 1 é transmitido por $p(t)$ ($a_k = 1$)
 - 0 é transmitido por $-p(t)$ ($a_k = -1$)
- Logo,

$$R_0 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_k a_k^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} (N) = 1$$

- Como a_k e a_{k+n} podem assumir ± 1 , o produto $a_k a_{k+n}$ assume $+1$ ou -1 com igual possibilidade, assim:

$$R_n = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_k a_k a_{k+n} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{2} (1) + \frac{N}{2} (-1) \right] = 0$$

DEP para Sinalização Polar

- Assim, para a sinalização polar, a DEP é dada por:

$$S_y(\omega) = \frac{|P(\omega)|^2}{T_b} R_0 = \frac{|P(\omega)|^2}{T_b}$$

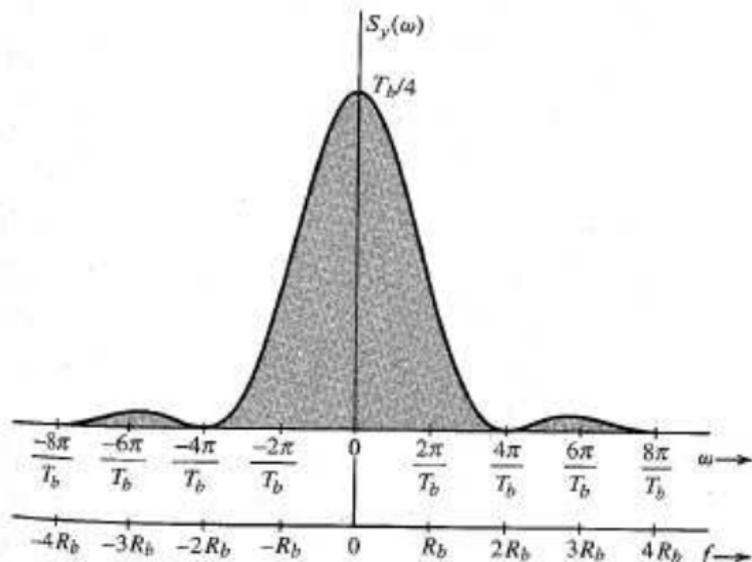
- Se o pulso $p(t)$ for um pulso retangular de largura $T_b/2$ (RZ), ou seja

$$p(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_b/2}\right) \iff P(\omega) = \frac{T_b}{2} \text{sinc}\left(\frac{\omega T_b}{4}\right)$$

- Então:

$$S_y(\omega) = \frac{T_b}{4} \text{sinc}^2\left(\frac{\omega T_b}{4}\right)$$

DEP para Sinalização Polar



DEP para Sinalização Polar

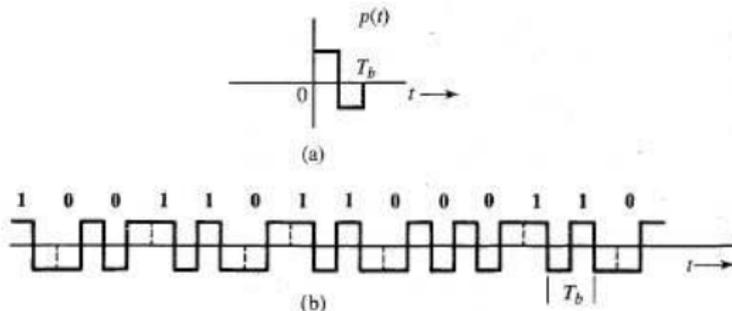
- Observa-se que a banda essencial é $2R_b$
- Mas, para transmitir R_b bits por segundo é necessário no mínimo $R_b/2$ Hz
 - Largura de banda da sinalização polar RZ é quatro vezes maior que a mínima teórica
 - Na sinalização polar NRZ, a banda essencial é R_b , resultando em uma banda duas vezes maior que a mínima teórica
 - Não é eficiente do ponto de vista espectral
- A sinalização polar não permite a detecção de erros
- O nível DC na DEP não é nulo, o que inviabiliza o acoplamento AC
- Como pontos positivos, a sinalização polar leva vantagem nos requisitos de potência e na transparência

Densidade Espectral de Potência

- Para que a DEP de um código de linha, $S_y(\omega)$ tenha nível DC nulo, deve-se ter:

$$P(0) = 0 \implies \int_{-\infty}^{\infty} p(t) dt = 0$$

- Ou seja, a área do pulso deve ser nula: sinalização Manchester (Split-phase)



DEP para a Sinalização On-Off

- Na sinalização on-off tem-se:
 - 1 é transmitido por $p(t)$ ($a_k = 1$)
 - 0 é transmitido por nenhum pulso ($a_k = 0$)
- Logo,

$$R_0 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{2}(1) + \frac{N}{2}(0) \right] = \frac{1}{2}$$

- Como a_k e a_{k+n} podem assumir 1 ou 0, o produto $a_k a_{k+n}$ assume 1×1 , 1×0 , 0×1 ou 0×0 com igual possibilidade, assim:

$$R_n = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{4}(1) + \frac{3N}{4}(0) \right] = \frac{1}{4}$$

DEP para a Sinalização On-Off

- Assim, para a sinalização polar, a DEP de $x(t)$ é dada por:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{4T_b} + \frac{1}{4T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-jn\omega T_b}$$

- Usando a fórmula abaixo

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-jn\omega T_b} = \frac{2\pi}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{T_b}\right)$$

- Tem-se que:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{4T_b} + \frac{2\pi}{4T_b^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{T_b}\right)$$

DEP para a Sinalização On-Off

- Então, a DEP de $y(t)$ é:

$$S_y(\omega) = \frac{|P(\omega)|^2}{4T_b} \left[1 + \frac{2\pi}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{T_b}\right) \right]$$

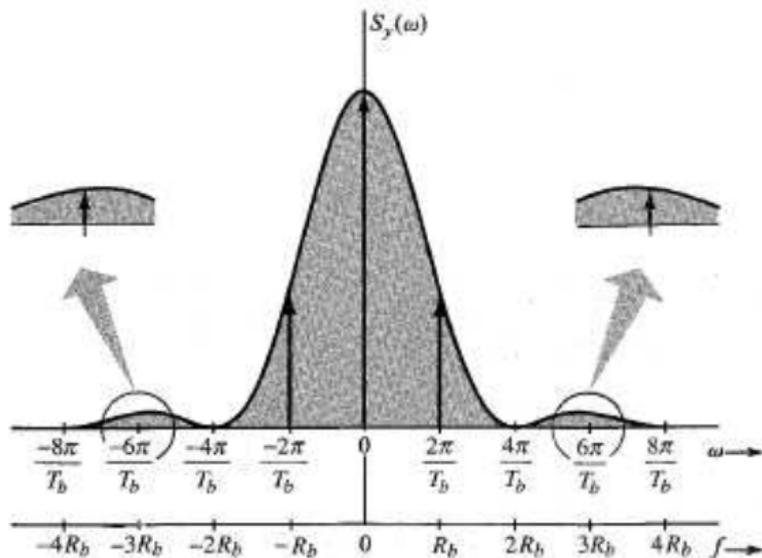
- Se o pulso $p(t)$ for um pulso retangular de largura $T_b/2$ (RZ), ou seja

$$p(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_b/2}\right) \iff P(\omega) = \frac{T_b}{2} \text{sinc}\left(\frac{\omega T_b}{4}\right)$$

- Então:

$$S_y(\omega) = \frac{T_b}{16} \text{sinc}^2\left(\frac{\omega T_b}{4}\right) \left[1 + \frac{2\pi}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{T_b}\right) \right]$$

DEP para a Sinalização On-Off



DEP para Sinalização On-Off

- Observa-se que a banda essencial é $2R_b$
 - Assim como a sinalização polar, a sinalização on-off não é eficiente do ponto de vista espectral
- O espectro apresenta componentes discretas periódicas de frequência R_b Hz
- A sinalização on-off não permite a detecção de erros
- O nível DC na DEP não é nulo, o que inviabiliza o acoplamento AC
- Não é transparente e é menos imune a interferências que a sinalização polar

DEP para a Sinalização Bipolar

- Na sinalização bipolar (pseudo-ternária) tem-se:
 - 1 é transmitido por $p(t)$ ou $-p(t)$ ($a_k = \pm 1$)
 - 0 é transmitido por nenhum pulso ($a_k = 0$)
- Logo,

$$R_0 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{2} (\pm 1)^2 + \frac{N}{2} (0) \right] = \frac{1}{2}$$

- A seqüência (a_k, a_{k+1}) pode assumir os valores $(1, 1), (1, 0), (0, 1), (0, 0)$, assim:

$$R_1 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{4} (-1) + \frac{3N}{4} (0) \right] = -\frac{1}{4}$$

DEP para a Sinalização Bipolar

- De modo similar, a seqüência (a_k, a_{k+2}) pode assumir os valores $(1, 1, 1)$, $(1, 0, 1)$, $(1, 1, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 1)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$ e $(0, 0, 0)$, assim:

$$R_2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{8}(-1) + \frac{N}{8}(1) + \frac{6N}{8}(0) \right] = 0$$

- Em geral, para $n > 1$, tem-se que:

$$R_n = 0$$

DEP para a Sinalização Bipolar

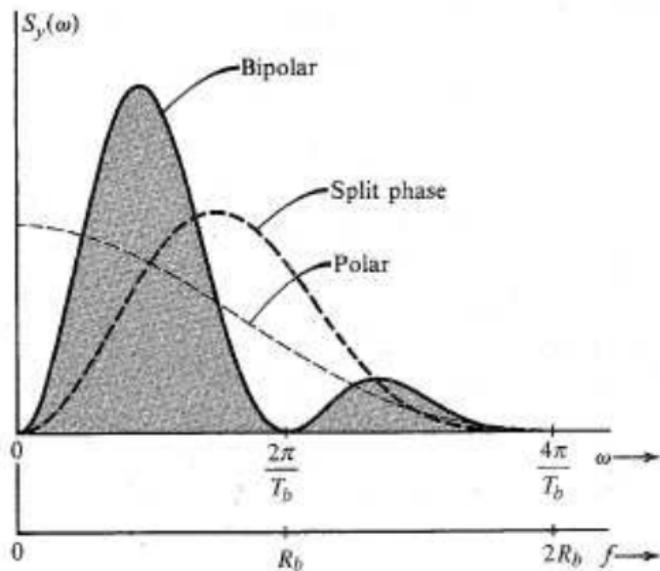
- Então, a DEP de $y(t)$ é:

$$S_y(\omega) = \frac{|P(\omega)|^2}{2T_b} [1 - \cos \omega T_b] = \frac{|P(\omega)|^2}{T_b} \sin^2 \frac{\omega T_b}{2}$$

- Observa-se que $S_y(\omega) = 0$ para $\omega = 0$, independentemente do valor de $P(\omega)$
- A banda essencial é R_b Hz
- Para o pulso RZ, tem-se:

$$S_y(\omega) = \frac{T_b}{4} \text{sinc}^2\left(\frac{\omega T_b}{4}\right) \sin^2\left(\frac{\omega T_b}{2}\right)$$

DEP para a Sinalização Bipolar



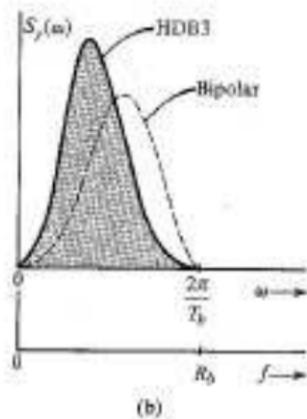
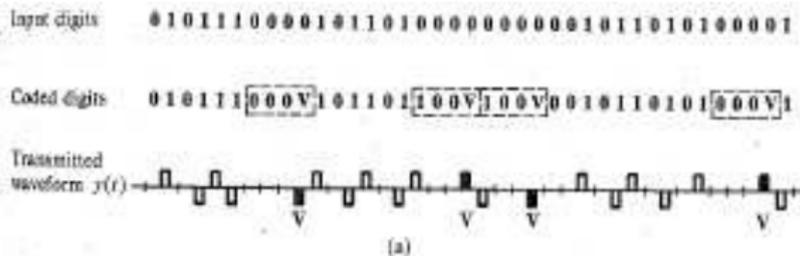
DEP para Sinalização Bipolar

- Observa-se que a banda essencial é R_b
 - Metade do valor obtido para as sinalizações polar e on-off
- A sinalização bipolar tem espectro nulo no nível DC e permite a detecção de erros
- Como desvantagens, a sinalização bipolar requer mais potência que a sinalização polar e também não é transparente
 - Esquemas de substituição são necessários: HDB e B8ZS

Sinalização HDB

- Para eliminar o problema da não transparência da sinalização bipolar, utiliza-se o esquema de substituição HDB (High-density bipolar)
 - Quando $N + 1$ zeros sucessivos ocorrem, eles são substituídos por uma sequência de dígitos especiais
- No HDB3, as seqüências são:
 - 000V e B00V ($B=1$ conforme a regra bipolar e $V=1$ contrariando a regra bipolar)
- A sequência $B00V$ é escolhida se há um número par de 1s após a última seqüência especial
- A sequência $000V$ é escolhida se há um número ímpar de 1s após a última seqüência especial

Sinalização HDB



Formatação de Pulso (Pulse Shaping)

- Além do código de linha, a DEP $S_y(\omega)$ é fortemente dependente da forma do pulso, pois ela contém o termo $|P(\omega)|^2$
- Para os pulsos retangulares vistos anteriormente, a largura de banda é infinita, embora a banda essencial se situe entre R_b e $2R_b$
- A porção do espectro acima da banda essencial é suprimida quando o sinal é transmitido através de um canal com largura de banda finita
 - Os pulsos são espalhados para além do intervalo do bit (efeito de dispersão)
 - Os pulsos passam então a interferir nos pulsos vizinhos dando origem à **Interferência Intersimbólica** (ISI - Intersymbol Interference)

Interferência Intersimbólica

- Pulsos limitados no tempo possuem espectro infinito
- Pulsos limitados em frequência não são limitados no tempo
- A solução para esse problema é evitar a interferência nos instantes de decisão apenas
 - No instante em que se precisa saber se o pulso representa um 0 ou 1
- Para eliminar a ISI, os pulsos devem possuir um formato específico proposto por Nyquist

Critério de Nyquist para ISI Nula

- A ISI nula é alcançada escolhendo-se um pulso que tem amplitude não nula no centro e nula nos instantes $t = \pm nT_b (n = 1, 2, 3, \dots)$, sendo $T_b = 1/R_b$ a separação entre pulsos sucessivos

$$p(t) = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ 0, & t = \pm nT_b \end{cases}$$

- Para transmitir R_b bits/s é necessário no mínimo $R_b/2$ Hz
- Essa banda mínima é alcançada com um pulso $p(t) = \text{sinc}(\pi R_b t)$

Critério de Nyquist para ISI Nula

- $p(t) = \text{sinc}(\pi R_b t)$ satisfaz o critério de Nyquist, pois

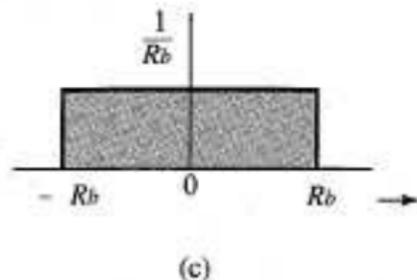
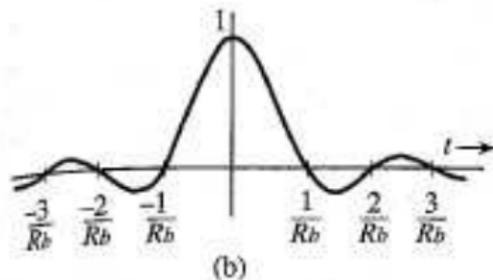
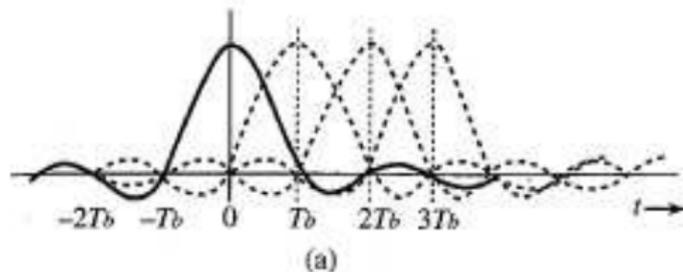
$$\text{sinc}(\pi R_b t) = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ 0, & t = \pm nT_b \end{cases}$$

- Além disso,

$$P(\omega) = \frac{1}{R_b} \text{rect}\left(\frac{\omega}{2\pi R_b}\right)$$

- Este pulso tem então uma banda de πR_b rad/s ou $R_b/2$ Hz, que é a banda teórica mínima necessária para a transmissão

Critério de Nyquist para ISI Nula

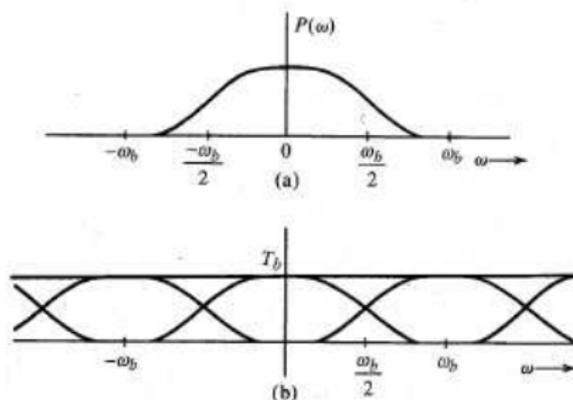


Critério de Nyquist para ISI Nula

- O pulso sinc apresenta alguns problemas que impedem a sua utilização:
 - Seria necessário um tempo infinito para gerá-lo
 - Uma versão truncada desse pulso possui uma banda maior
 - A sua taxa de decaimento é lenta ($1/t$), o que causaria problemas se a taxa de amostragem variar um pouco
 - Em resumo, o sinc só pode ser usado se tudo ocorre perfeitamente bem
- A solução é usar pulsos que decaem mais rapidamente
- Ao se permitir a utilização de uma banda maior que a mínima teórica, esses pulsos com decaimento mais rápido podem ser obtidos

Critério de Nyquist para ISI Nula

- O pulso $p(t) \iff P(\omega)$ com largura de banda no intervalo $(R_b/2, R_b)$ satisfaz o critério de Nyquist



- Se esse pulso é amostrado a cada T_b segundos por um trem de impulsos, então:

$$\bar{p}(t) = p(t)\delta_{T_b}(t) = \delta(t)$$

Critério de Nyquist para ISI Nula

- O espectro do sinal amostrado $\bar{p}(t)$ satisfaz a relação:

$$\bar{P}(\omega) = \frac{1}{T_b} \sum_{-\infty}^{\infty} P(\omega - n\omega_b) = 1$$

$$\sum_{-\infty}^{\infty} P(\omega - n\omega_b) = T_b$$

- Na faixa $0 < \omega < \omega_b$, apenas os termos $P(\omega)$ e $P(\omega - \omega_b)$ estão presentes no somatório, logo

$$P(\omega) + P(\omega - \omega_b) = T_b, \quad 0 < \omega < \omega_b$$

Critério de Nyquist para ISI Nula

- Fazendo $\omega = x + \omega_b/2$, então

$$P\left(x + \frac{\omega_b}{2}\right) + P\left(x - \frac{\omega_b}{2}\right) = T_b, \quad |x| < \frac{\omega_b}{2}$$

- Usando o fato de que para sinais reais, $G(\omega) = G^*(-\omega)$, então

$$P\left(x + \frac{\omega_b}{2}\right) + P^*\left(\frac{\omega_b}{2} - x\right) = T_b, \quad |x| < \frac{\omega_b}{2}$$

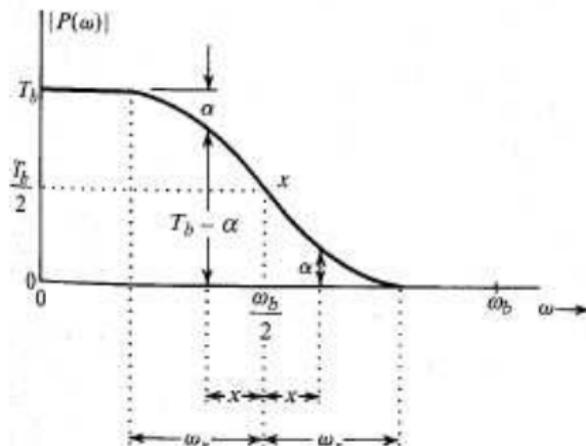
- Se $P(\omega) = |P(\omega)|e^{-j\omega t_d}$, então $e^{-j\omega t_d}$ representa um termo de atraso puro e apenas $|P(\omega)|$ necessita satisfazer a relação anterior

Critério de Nyquist para ISI Nula

- Sendo assim, chega-se a seguinte expressão:

$$\left| P\left(\frac{\omega_b}{2} + x\right) \right| + \left| P\left(\frac{\omega_b}{2} - x\right) \right| = T_b, \quad |x| < \frac{\omega_b}{2}$$

- O espectro de $p(t)$ satisfazendo a relação obtida é mostrado abaixo



Critério de Nyquist para ISI Nula

- De acordo com a figura, a largura de banda de $P(\omega)$ é $(\omega_b/2) + \omega_x$, sendo ω_x o excesso de banda, então:

$$\begin{aligned} r &= \frac{\text{Excesso de Largura de Banda}}{\text{Largura de Banda Teórica Mínima}} \\ &= \frac{\omega_x}{\omega_b/2} = \frac{2\omega_x}{\omega_b} \end{aligned}$$

- r é chamado de **fator de decaimento (roll-off)** e é representado muitas vezes percentualmente
- Como $\omega_x < \omega_b/2$, então $0 < r < 1$, além disso:

$$B_T = \frac{R_b}{2} + r \frac{R_b}{2} = \frac{(1+r)R_b}{2}$$

Critério de Nyquist para ISI Nula

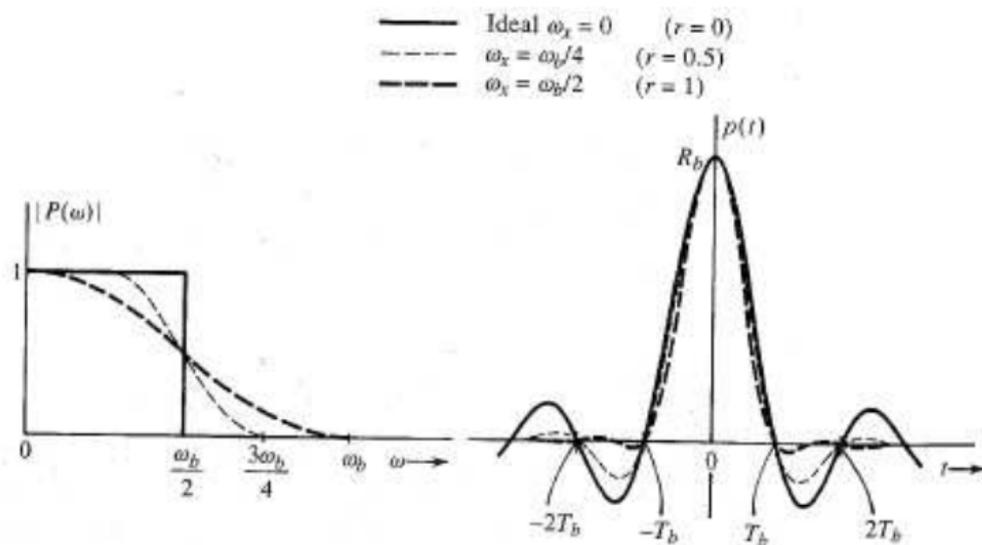
- Como o espectro desses pulsos possuem um decaimento gradual, eles podem ser aproximados facilmente por filtros práticos
- Uma família de espectros que satisfazem o critério de Nyquist é dada por:

$$P(\omega) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{2} \left\{ 1 - \sin \left(\frac{\pi[\omega - (\omega_b/2)]}{2\omega_x} \right) \right\}, & |\omega - \frac{\omega_b}{2}| < \omega_x \\ 0, & |\omega| > \frac{\omega_b}{2} + \omega_x \\ 1, & |\omega| < \frac{\omega_b}{2} - \omega_x \end{array} \right\}$$

- Observa-se que quanto maior o ω_x , maior é o decaimento do espectro

Critério de Nyquist para ISI Nula

- Pulsos satisfazendo o critério de Nyquist



Critério de Nyquist para ISI Nula

- Para o valor máximo de ω_x , ou seja $\omega_x = \omega_b/2$, o pulso resultante é chamado **cosseno levantado** (raised-cosine)
- O espectro do pulso cosseno levantado é dado por:

$$\begin{aligned} P(\omega) &= \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{\omega}{2R_b} \right) \text{rect} \left(\frac{\omega}{4\pi R_b} \right) \\ &= \cos^2 \left(\frac{\omega}{4R_b} \right) \text{rect} \left(\frac{\omega}{4\pi R_b} \right) \end{aligned}$$

- A sua expressão no tempo é dada por:

$$p(t) = R_b \frac{\cos \pi R_b t}{1 - 4R_b^2 t^2} \text{sinc}(\pi R_b t)$$

Critério de Nyquist para ISI Nula

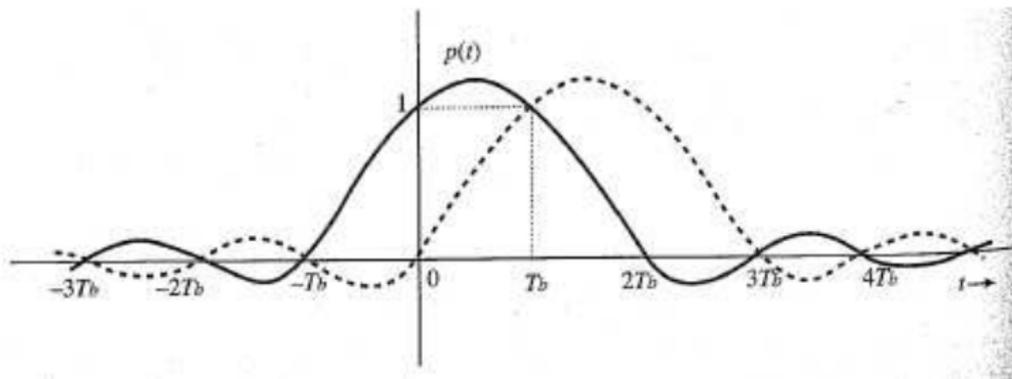
- O pulso cosseno levantado possui as seguintes características:
 - A sua taxa de decaimento é de $1/t^3$, ou seja, ele decai muito rapidamente
 - Ele se anula não apenas nos instantes de amostragem, mas nos pontos médios entre os instantes de amostragem
 - É bastante insensível ao jitter e a variações na taxa de amostragem e na taxa de transmissão
- É importante ressaltar que as condições para ISI nula se referem a todo o processo de transmissão (transmissor, canal e receptor)
- Se o canal introduzir ISI, esta deve ser cancelada por meio de equalizadores

Sinalização com ISI Controlada

- O preço pago pela ISI nula é a utilização de uma banda superior à banda teórica mínima
- Para reduzir a banda é necessário alargar o pulso, o que pode causar ISI com os pulsos vizinhos
- Para sistemas binários essa ISI pode ser tolerada, pois só existem dois padrões de interferência
- Considerando-se o pulso especificado por:

$$p(nT_b) = \left\{ \begin{array}{ll} 1, & n = 0, 1 \\ 0, & \text{para outro } n \end{array} \right\}$$

Sinalização com ISI Controlada



Sinalização com ISI Controlada

- Utilizando a sinalização polar com este pulso
 - 1 transmitido por $p(t)$
 - 0 transmitido por $-p(t)$
- Nesse esquema, o pulso interfere com o seu vizinho, mas mesmo assim é possível recuperar a informação
 - Se dois pulsos sucessivos são positivos então o valor em T_b (ponto de interferência) é 2
 - Se dois pulsos sucessivos são negativos então o valor em T_b é -2
 - Se dois pulsos sucessivos são de polaridade oposta então o valor em T_b é 0

Sinalização com ISI Controlada

- Pode-se então criar a seguinte regra de decisão:
 - Se o valor da amostra é positivo, o bit atual é 1 e o anterior é 1 também
 - Se o valor da amostra é negativo, o bit atual é 0 e o anterior é 0 também
 - Se o valor da amostra é zero, o bit atual é o complemento do bit anterior

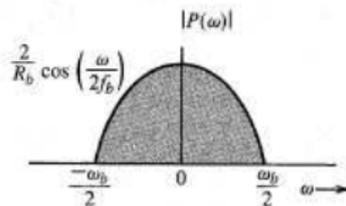
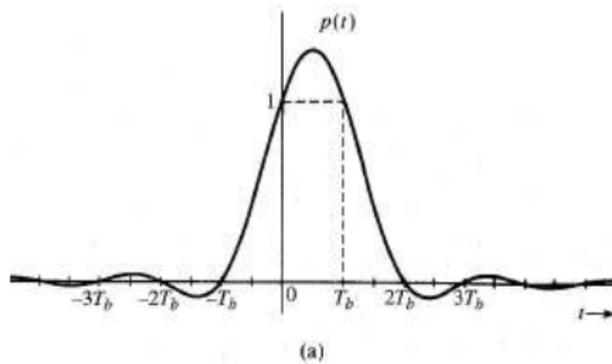
Transmitted sequence	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1
Samples of $x(t)$	1	2	0	0	2	0	-2	-2	0	0	0	2	2
Detected sequence	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1

Sinalização com ISI Controlada

- Este esquema de ISI controlada é o segundo método proposto por Nyquist para lidar com a ISI
- Este esquema também é conhecido como esquema correlativo ou de resposta parcial
- Um pulso que satisfaz este critério é chamado de **pulso duobinário** (duobinary pulse)
- O pulso duobinário é dado por:

$$p(t) = \frac{\sin(\pi R_b t)}{\pi R_b t(1 - R_b t)}$$
$$P(\omega) = \frac{2}{R_b} \cos\left(\frac{\omega}{2R_b}\right) \text{rect}\left(\frac{\omega}{2R_b}\right) e^{-j\frac{\omega}{2R_b}}$$

Pulso Duobinário

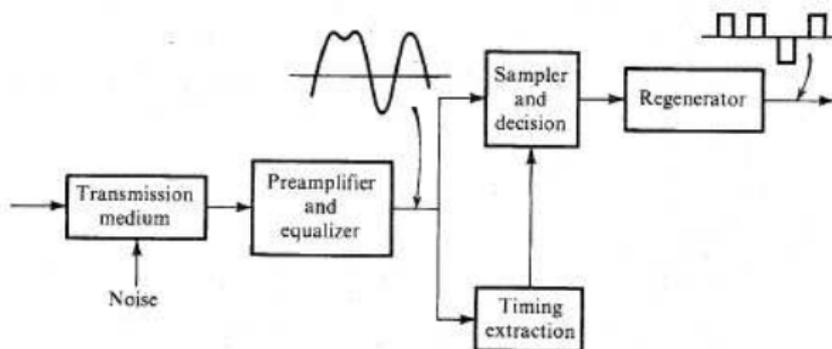


Sinalização com ISI Controlada

- Este esquema de ISI controlada permite a transmissão de dados a R_b bits/s com a banda teórica mínima de $R_b/2$ Hz
- O pulso duobinário não é causal e portanto não é fisicamente realizável
- O pulso decai rapidamente ($1/t^2$) e pode ser aproximado com precisão
- No esquema com ISI controlada pode haver propagação de erros, pois a interpretação do bit atual depende do resultado anterior
 - Esse problema pode ser corrigido usando a codificação diferencial

Repetidor Regenerativo

- Um repetidor regenerativo executa três funções básicas:
 - Reformatar os pulsos que chegam através de um equalizador
 - Extrair a informação de relógio
 - Tomar decisões baseado nas amostras dos pulsos



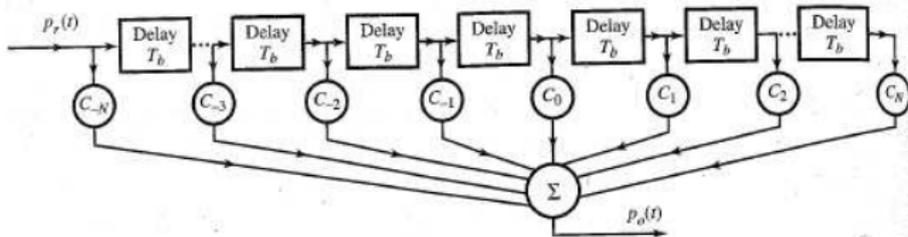
Pré-amplificação e Equalização

- O meio de transmissão atenua e distorce um trem de pulsos
- A atenuação pode ser compensada por um pré-amplificador
- A distorção do canal causa dispersão dos pulsos
- Um equalizador deve ser capaz de desfazer os efeitos do canal restaurando a forma dos pulsos dispersos
- Como a dispersão é causada pela atenuação de certas componentes do sinal, um ganho nessas componentes restauraria o sinal, mas aumentaria o ruído (amplificação do ruído)

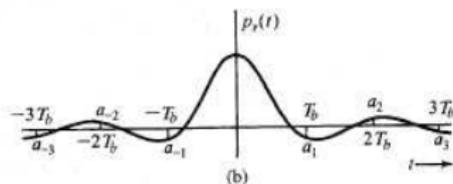
Equalização

- Assim, o projeto de um equalizador tem que representar um compromisso entre reduzir a ISI e reduzir o ruído do canal
- Como a decisão sobre qual bit foi transmitido é realizada nos instantes de amostragem, o equalizador necessita apenas minimizar ou anular a ISI nesses instantes
 - A saída do equalizador deve satisfazer os critérios de Nyquist
- Isto pode ser feito usando um filtro equalizador transversal

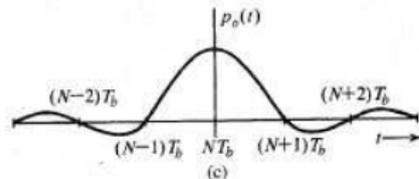
Equalizador com Forçamento a Zero



(a)



(b)



(c)

Equalização

- Para atender ao critério de Nyquist, o pulso na saída do equalizador $p_o(t)$ deve ser nulo nos múltiplos de T_b
- A saída do equalizador $p_o(t)$ é expressa em função da entrada $p_r(t)$ por:

$$p_o(t) = \sum_{n=-N}^N c_n p_r(t - nT_b)$$

- Nos instantes de amostragem, $p_o(t)$ é dada por:

$$p_o(kT_b) = \sum_{n=-N}^N c_n p_r[(k - n)T_b], \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Equalização

- Reescrevendo $p_o(t)$ em uma notação mais conveniente, tem-se:

$$p_o[k] = \sum_{n=-N}^N c_n p_r[k - n], \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- Segundo o critério de Nyquist, $p_o[k] = 0$ para $k \neq 0$ e $p_o[k] = 1$ para $k = 0$
- Substituindo-se esses valores na equação anterior, obtém-se um conjunto de equações com $2N + 1$ variáveis
- Esse sistema de equações pode ser melhor visualizado a partir de uma representação matricial

Representação Matricial do Equalizador

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_r[0] & p_r[-1] & \dots & p_r[-2N] \\ p_r[1] & p_r[0] & \dots & p_r[-2N+1] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_r[N-1] & p_r[N-2] & \dots & p_r[-N-1] \\ p_r[N] & p_r[N-1] & \dots & p_r[-N] \\ p_r[N+1] & p_r[N] & \dots & p_r[-N+1] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_r[2N-1] & p_r[2N-2] & \dots & p_r[1] \\ p_r[2N] & p_r[2N-1] & \dots & p_r[0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{-N} \\ c_{-N+1} \\ \dots \\ c_{-1} \\ c_0 \\ c_1 \\ \dots \\ c_{N-1} \\ c_N \end{bmatrix}$$

Equalização

Exemplo 7.3

Para o pulso recebido $p_r(t)$ da figura anterior, seja

$$a_0 = p_r[0] = 1$$

$$a_1 = p_r[1] = -0,3; a_2 = p_r[2] = 0,1$$

$$a_{-1} = p_r[-1] = -0,2; a_{-2} = p_r[-2] = 0,05$$

Projete um equalizador de três derivações (taps) - $N = 1$

Equalização

Solução - Exemplo 7.3

Substituindo os valores, tem-se:

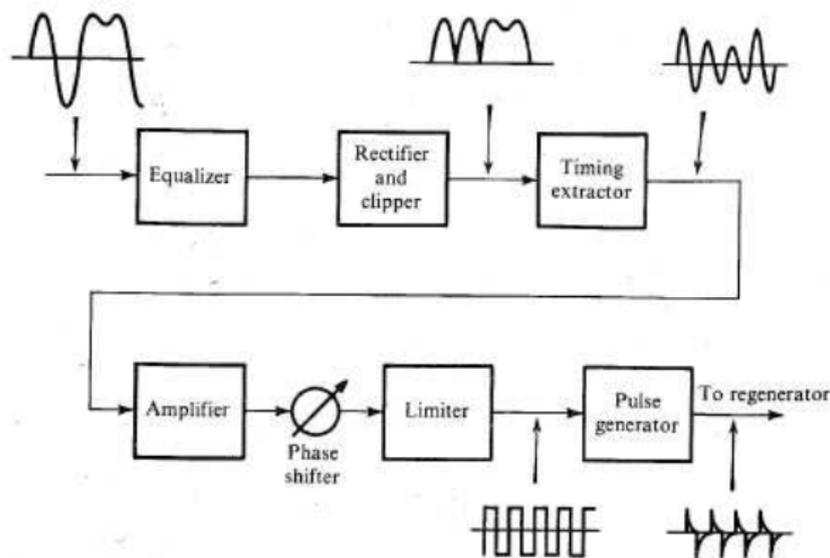
$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -0,2 & 0,05 \\ -0,3 & 1 & -0,2 \\ 0,1 & -0,3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{-1} \\ c_0 \\ c_1 \end{bmatrix}$$

A solução desse sistema resulta em $c_{-1} = 0,210$, $c_0 = 1,13$ e $c_1 = 0,318$.

Extração do Relógio

- Para que o sinal seja amostrado nos instantes de tempo exatos, é necessário que o receptor esteja em sincronismo com o relógio do transmissor
- É possível usar três métodos de sincronização:
 - Tanto o transmissor quanto o receptor recebem o sinal de sincronismo de uma fonte principal - método com maior custo destinado a sistemas com grandes volumes de dados
 - O transmissor envia um sinal de sincronização em separado para o receptor (piloto de relógio) - método usado quando há banda disponível
 - Autossincronização a partir da extração do sinal de relógio contida na informação

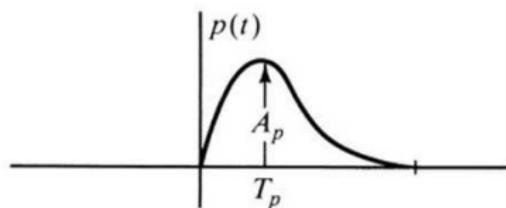
Extração do Relógio para a Sinalização Polar



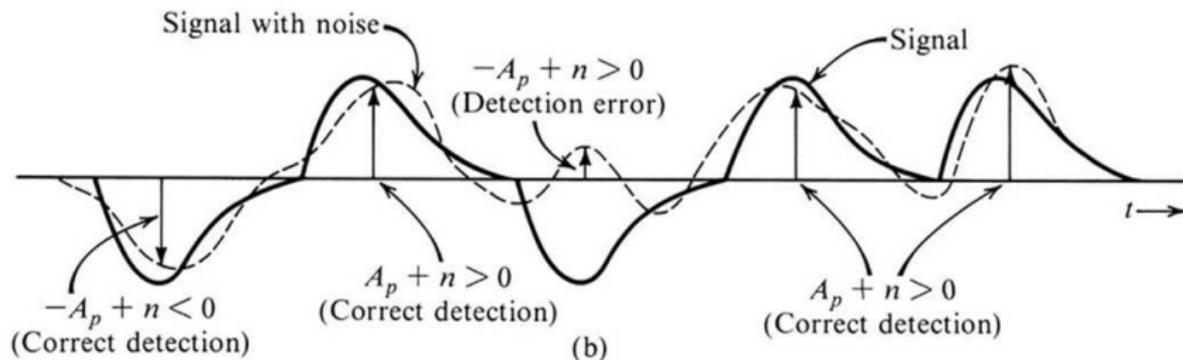
Detecção de Erro

- No receptor, o sinal recebido consiste em um trem de pulsos equalizados mais um termo de ruído aleatório do canal
- Na ausência de ruído, o processo de amostragem resulta na correta recuperação da informação enviada
- Se o ruído for considerável, a decisão tomada a partir do valor da amostra pode ser errada, o que é conhecido como um erro de detecção
- O desempenho dos sistemas digitais é medido a partir da probabilidade de erro de detecção
- O cálculo da probabilidade de erro depende do modelo do canal, do código de linha e do tipo de detecção

Efeito do Ruído na Sinalização Polar



(a)



(b)

Diagrama do Olho

- As degradações sofridas pelos pulsos e a ISI podem ser visualizadas em um osciloscópio através do diagrama do olho
 - A saída do canal é aplicada na entrada vertical e a base de tempo é gatilhada na mesma taxa de chegada dos pulsos ou em um múltiplo dessa taxa
- O diagrama do olho mostra a superposição dos pulsos em uma mesma tela
- O ponto de maior abertura vertical é o instante ótimo de amostragem
- A ISI sem equalização tende a fechar o olho
- Quanto mais aberto o olho, maior a tolerância a ruído

Diagrama do Olho

- Na figura abaixo, o canal é ideal e os pulsos não apresentam distorção, resultando em um olho totalmente aberto para os pulsos retangulares e em um olho com abertura máxima no centro para o outro formato

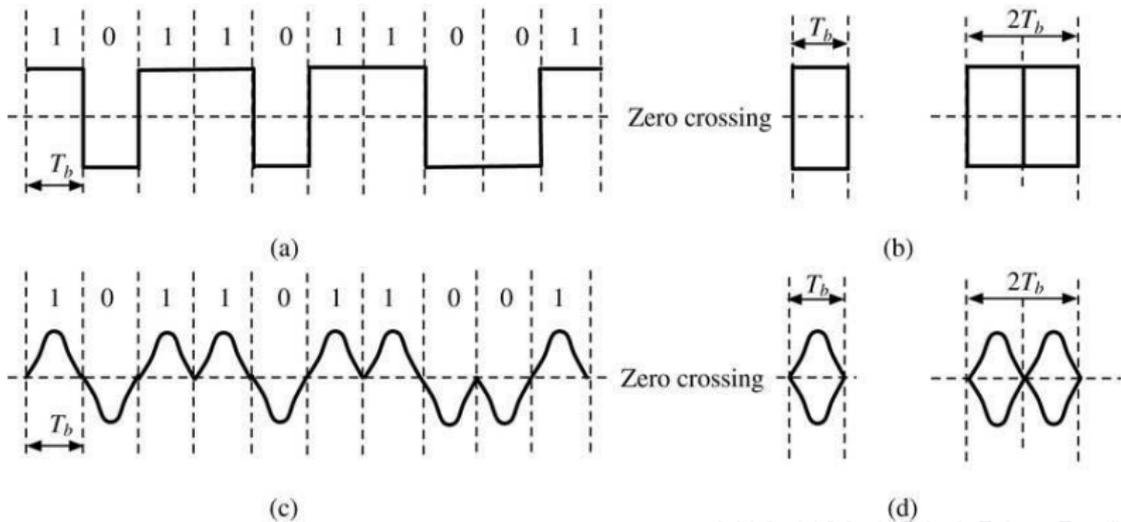


Diagrama do Olho

- Na figura abaixo, o canal causa distorção ou é limitado em banda
- Nesse caso, os pulsos recebidos são arredondados, distorcidos e espalhados e olho não está mais completamente aberto no centro

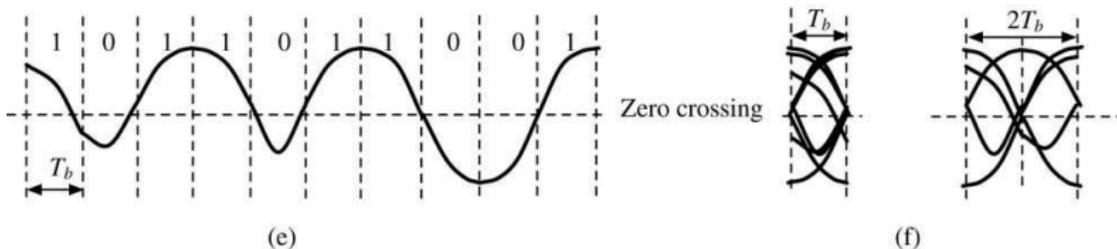


Diagrama do Olho

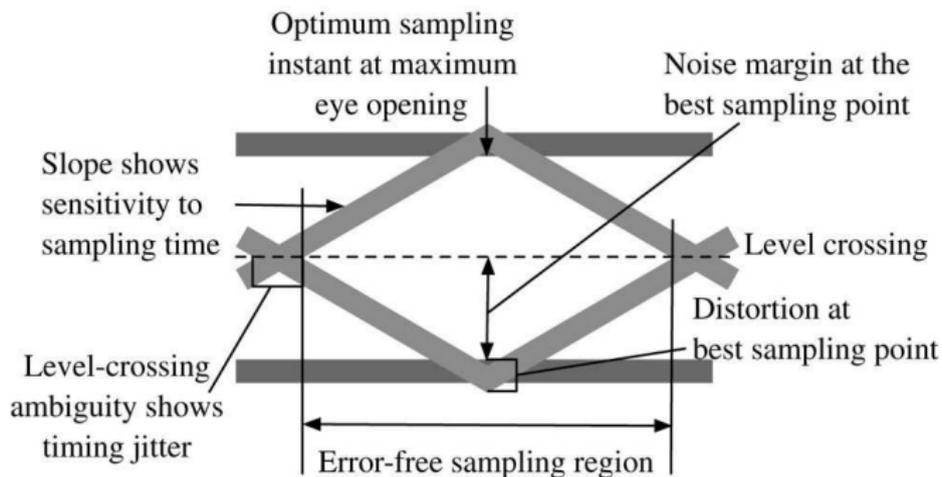
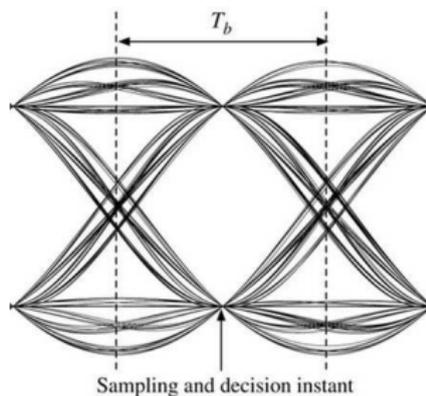
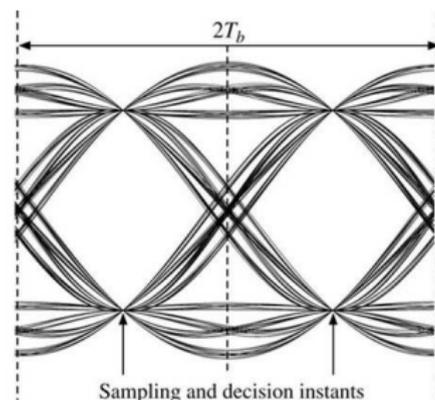


Diagrama do Olho

- Sinalização polar com um pulso do tipo cosseno levantado com $r = 0,5$, mostrando a ISI nula



(a)



(b)

Comunicações M-árias

- No lugar de associar único bit a uma forma de onda (pulso), pode-se associar um grupo maior de bits
- Em geral, com M pulsos pode-se associar $I_M = \log_2 M$ bits de informação
- Nesse caso, ao se manter fixa a duração dos pulsos, a taxa de transmissão em bits por segundo é multiplicada por I_M , sem alterar a largura de banda da transmissão
- O inconveniente é que a potência transmitida deve aumentar para manter a probabilidade de erro nos níveis desejados

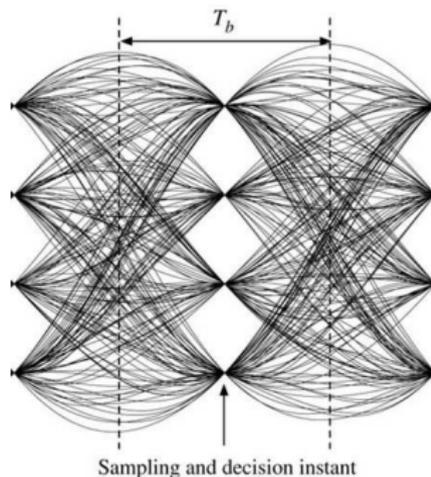
Comunicações M-árias

- Exemplo de modulação por amplitude de pulso (PAM) para $M = 4$

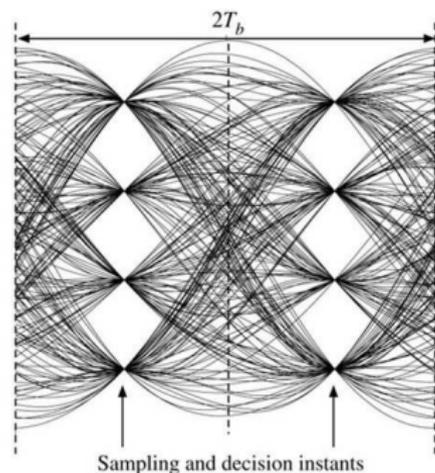


Comunicações M-árias

- Sinalização PAM com pulso do tipo cosseno levantado com $r = 0,5$, mostrando a ISI nula



(a)



(b)

Sistemas Digitais com Portadora

- Os sinais digitais estudados até o momento são sinais em banda base
- Sinais em banda base podem ser transmitidos por pares de fios ou por cabos coaxiais
- Entretanto, sinais em banda base não podem ser propagados através do ar, pois isso exigiria antenas extremamente longas
- Assim como foi feito para os sistemas analógicos, os sinais em banda base podem também modular uma portadora senoidal de alta frequência a fim de deslocar os seus espectros
- Assim como nos sistemas analógicos, a portadora pode ser modulada em ângulo ou em amplitude

Modulação ASK

- Um sinal em banda base do tipo on-off pode ser usado como sinal modulante, resultando na modulação por chaveamento de amplitude (ASK - *Amplitude Shift Keying*), também conhecida como chaveamento on-off (OOK - *On-Off Keying*)
- Nesse caso, tem-se que:

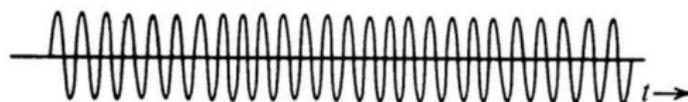
$$\varphi_{ASK}(t) = m(t) \cos \omega_c t$$

$$m(t) = \sum_k a_k p(t - kT_b), \quad a_k = 0, 1$$

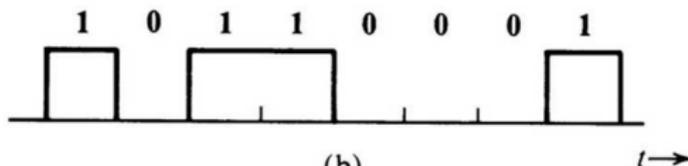
$$p(t) = \Pi\left(\frac{t - T_b/2}{T_b}\right)$$

Modulação ASK

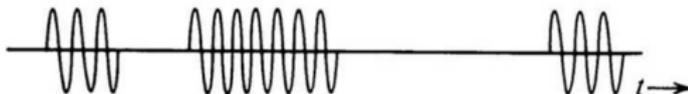
- Sinal ASK



(a)



(b)



(c)

Modulação PSK

- Quando o sinal modulante é do tipo polar, o bit zero é transmitido $-p(t)$, neste caso
$$-p(t) \cos(\omega_c t) = p(t) \cos(\omega_c t + \pi)$$
- Obtém-se assim a modulação PSK (*Phase Shift Keying*)

$$\begin{aligned}\varphi_{PSK}(t) &= m(t) \cos \omega_c t \\ m(t) &= \sum_k a_k p(t - kT_b), \quad a_k = -1, 1\end{aligned}$$

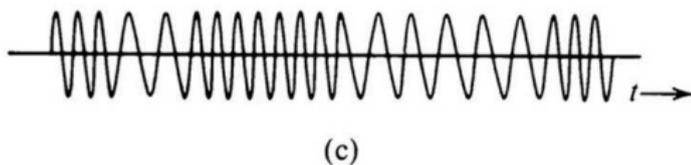
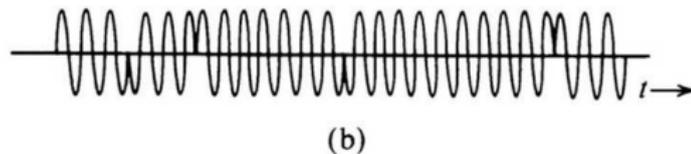
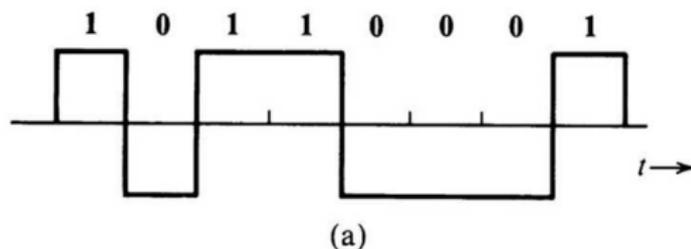
Modulação FSK

- No FSK (*Frequency Shift Keying*), a informação é transmitida pela variação de frequência
- A expressão para o FSK é obtida utilizando dois sinais on-off entrelaçados

$$\begin{aligned}\varphi_{FSK}(t) &= \sum_k a_k p(t - kT_b) \cos \omega_{c_1} t \\ &+ (1 - a_k) p(t - kT_b) \cos \omega_{c_0} t, \quad a_k = 0, 1\end{aligned}$$

Modulações PSK e FSK

- Sinais PSK e FSK



DEP dos Sinais Digitais Modulados

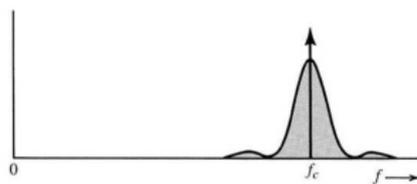
- A multiplicação de um sinal por uma portadora senoidal $\cos \omega_c t$ desloca o seu espectro para as frequências $\pm \omega_c$
- Pode-se mostrar que para um sinal $m(t)$ com DEP $S_m(f)$, a DEP do sinal modulado $\varphi(t) = m(t) \cos \omega_c t$ é dada por

$$S_\varphi(f) = \frac{1}{4} S_m(f + f_c) + \frac{1}{4} S_m(f - f_c)$$

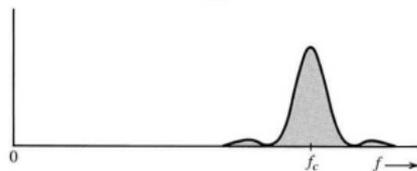
- A DEP S_φ irá variar de acordo com o código de linha subjacente, assim:
 - ASK - DEP de um sinal on-off deslocada
 - PSK - DEP de um sinal polar deslocada
 - FSK - Sobreposição das DEP dois sinais ASK nas frequências f_{c_0} e f_{c_1}

DEP dos Sinais Digitais Modulados

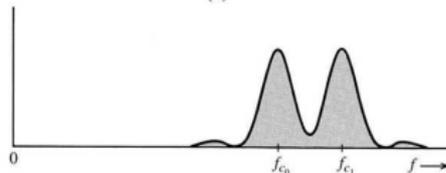
- DEP de sinais ASK, PSK e FSK (no FSK, as frequências f_{c0} e f_{c1} foram escolhidas de modo a eliminar as componentes discretas nessas frequências)



(a)



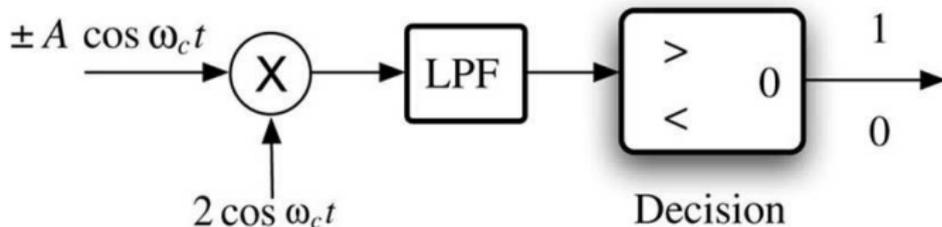
(b)



(c)

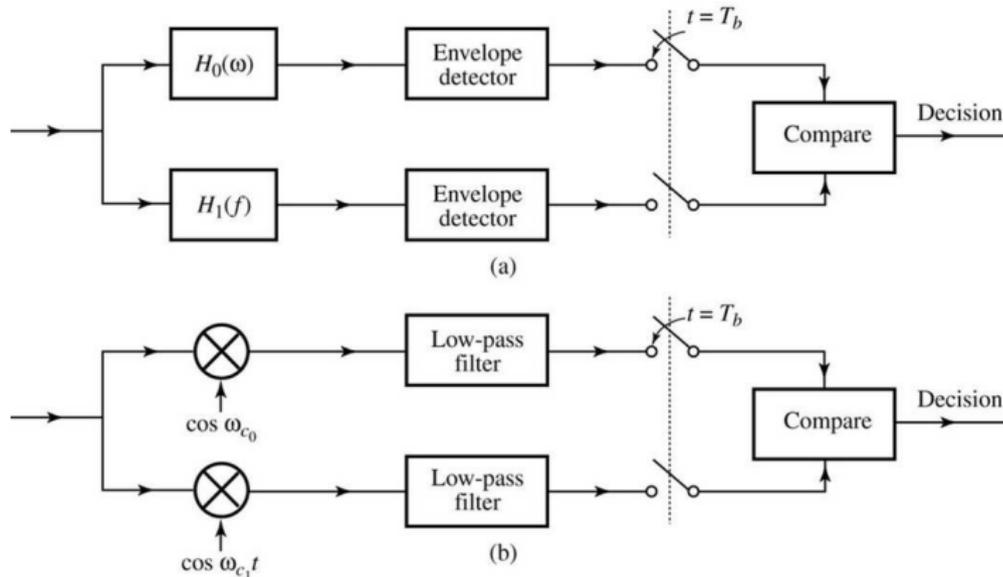
Demodulação

- O processo de demodulação (detecção) dos sinais digitais é semelhante ao dos seus equivalentes analógicos
- Dependendo da modulação, a detecção pode ser coerente (portadora em sincronia) ou incoerente
- Na figura abaixo, é mostrado um esquema de detecção coerente para PSK



Demodulação

- Na figura abaixo, são mostrados esquemas de detecção incoerente e coerente para FSK



Modulação Digital M-Ária com Portadora

- Assim como foi observado para a sinalização em banda base, a taxa de transmissão pode ser aumentada através da transmissão de mais de um bit por intervalo de sinalização
- O mesmo se aplica para as modulações digitais com portadora, podendo-se ter uma ASK com M níveis, uma FSK com M frequências ou uma PSK com M fases
- A ASK M-ária permite a transmissão de $\log_2 M$ bits de informação para cada símbolo transmitido
- Neste caso, os sinais transmitidos podem ser:

$$\varphi(t) = 0, A \cos \omega_c t, 2A \cos \omega_c t, \dots, (M - 1)A \cos \omega_c t$$

FSK M-Ária

- Na FSK M-ária, é transmitido uma senóide pertencente ao conjunto $\{A \cos 2\pi f_i t, i = 1, \dots, M\}$, sendo

$$f_i = f_1 + (i - 1)\delta f, i = 1, 2, \dots, M$$

- Como a FSK é um tipo de FM, o desvio em frequência é dado por

$$\Delta f = \frac{f_M - f_1}{2} = \frac{1}{2}(M - 1)\delta f$$

- Para que seja possível distinguir os sinais de diferentes frequências, é necessário que os sinais sejam ortogonais entre si
- A ortogonalidade cria uma restrição para o valor de δf

FSK M-Ária

- O menor valor de δf que assegura a ortogonalidade é dado por

$$\delta f = \frac{1}{2T_b} \text{Hz}$$

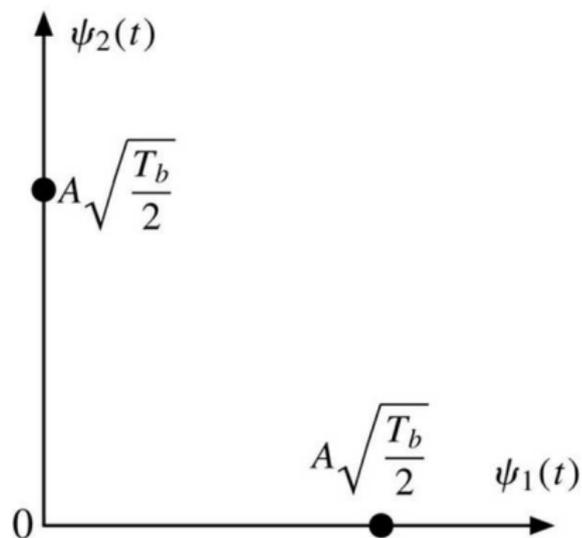
- Com a condição de ortogonalidade verificada, os M sinais FSK podem ser representados em uma base de funções ortonormais $\psi_i(t)$

$$\psi_i(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos 2\pi \left(f_1 + \frac{i-1}{2T_b} \right), i = 1, \dots, M$$

$$\varphi_{MFSK}(t) = A \cos 2\pi f_i t = A \sqrt{\frac{2}{T_b}} \psi_i(t), i = 1, \dots, M$$

FSK M-Ária

- Constelação de sinais para a FSK binária



PSK, PAM e QAM M-Árias

- Um sinal PSK M-ário pode ser escrito como

$$\begin{aligned}
 \varphi_{MPSK}(t) &= A\sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(\omega_c t + \theta_m), \quad 0 \leq t < T_b \\
 &= A\sqrt{\frac{2}{T_b}} (\cos \omega_c t \cos \theta_m - \sin \omega_c t \sin \theta_m) \\
 &= a_m \psi_1(t) + b_m \psi_2(t); \\
 a_m &= A \cos \theta_m, \quad b_m = -A \sin \theta_m \\
 \psi_1(t) &= \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos \omega_c t, \quad \psi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \sin \omega_c t
 \end{aligned}$$

PSK, PAM e QAM M-Árias

- Pode-se observar que as modulações PSK podem ser representadas como uma modulação QAM
- Os sinais $\psi_1(t)$ e $\psi_2(t)$ constituem uma base ortornormal no intervalo $0 \leq t < T_b$
- Para um sinal PSK, a condição abaixo é verificada

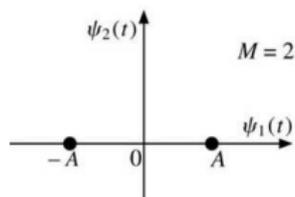
$$a_m^2 + b_m^2 = A^2 = \text{constante}$$

- Ou seja, os sinais possuem amplitude constante no espaço de sinais
- Na PSK M-ária, as fases são escolhidas da seguinte forma

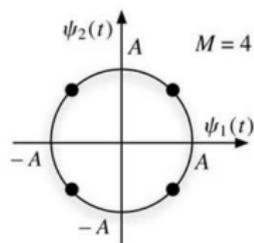
$$\theta_m(t) = \theta_0 + \frac{2\pi}{M}(m - 1), \quad m = 1, \dots, M$$

PSK, PAM e QAM M-Árias

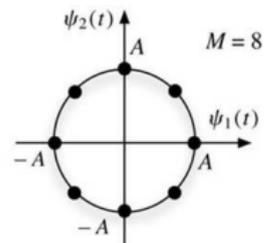
- $M = 2$ (BPSK), $M = 4$ (QPSK) e $M = 8$ (8-PSK)



(a)



(b)



(c)

PSK, PAM e QAM M-Árias

- a_m e b_m não necessitam estar confinados em um círculo unitário
- Quando a_m e b_m estão dispostos em uma constelação retangular, a modulação é conhecida como uma QAM M-ária

PSK, PAM e QAM M-Árias

- QAM-16

