

Princípios da Transmissão Digital

Edmar J Nascimento

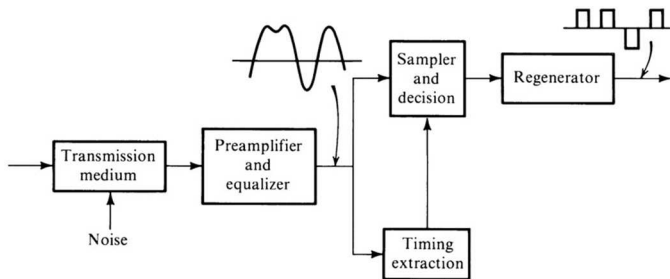
Universidade Federal do Vale do São Francisco
Colegiado de Engenharia Elétrica

www.univasf.edu.br/~edmar.nascimento

October 25, 2020

Repetidor Regenerativo

- Um repetidor regenerativo tem a função de gerar pulsos limpos a partir de pulsos ruidosos e distorcidos, para isso deve-se:
 - Reformatar os pulsos que chegam através de um equalizador
 - Extrair a informação de relógio
 - Tomar decisões baseadas nos valores em instantes de amostragem



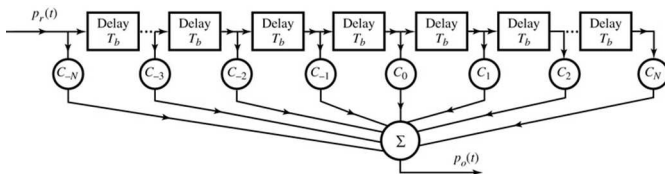
Pré-amplificação e Equalização

- O meio de transmissão atenua e distorce um trem de pulsos
- A atenuação pode ser compensada por um pré-amplificador
- A distorção do canal causa dispersão dos pulsos
- Um equalizador deve ser capaz de desfazer os efeitos do canal restaurando a forma dos pulsos dispersos
- Como a dispersão é causada pela atenuação de certas componentes do sinal, um ganho nessas componentes restauraria o sinal, mas aumentaria o ruído (amplificação do ruído)

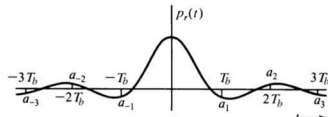
Equalização

- Assim, o projeto de um equalizador tem que representar um compromisso entre reduzir a ISI e reduzir o ruído do canal
- Como a decisão sobre qual bit foi transmitido é realizada nos instantes de amostragem, o equalizador necessita apenas minimizar ou anular a ISI nesses instantes
 - A saída do equalizador deve satisfazer os critérios de Nyquist
- Isto pode ser feito usando um filtro equalizador transversal

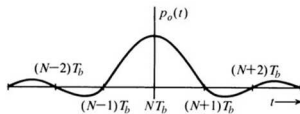
Equalizador com Forçamento a Zero



(a)



(b)



(c)

Equalização

- Para atender ao critério de Nyquist, o pulso na saída do equalizador $p_o(t)$ deve ser nulo nos múltiplos de T_b
- A saída do equalizador $p_o(t)$ é expressa em função da entrada $p_r(t)$ por:

$$p_o(t) = \sum_{n=-N}^N c_n p_r(t - nT_b)$$

- Nos instantes de amostragem, $p_o(t)$ é dada por:

$$p_o(kT_b) = \sum_{n=-N}^N c_n p_r[(k - n)T_b], \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Equalização

- Reescrevendo $p_o(t)$ em uma notação mais conveniente, tem-se:

$$p_o[k] = \sum_{n=-N}^N c_n p_r[k - n], \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- Segundo o critério de Nyquist, $p_o[k] = 0$ para $k \neq 0$ e $p_o[k] = 1$ para $k = 0$
- Substituindo-se esses valores na equação anterior, obtém-se um conjunto de equações com $2N + 1$ variáveis
- Esse sistema de equações pode ser melhor visualizado a partir de uma representação matricial

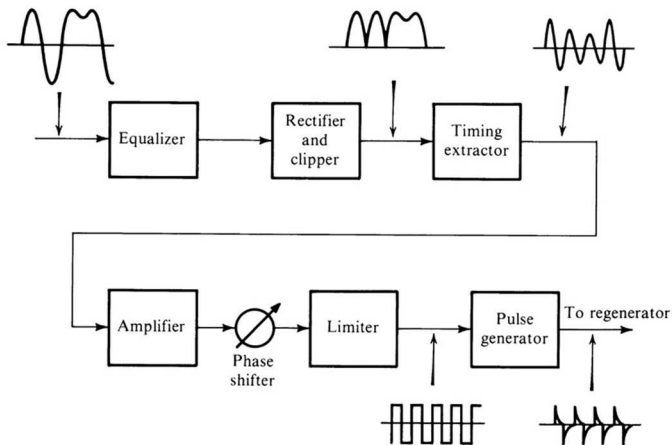
Representação Matricial do Equalizador

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_r[0] & p_r[-1] & \dots & p_r[-2N] \\ p_r[1] & p_r[0] & \dots & p_r[-2N+1] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_r[N-1] & p_r[N-2] & \dots & p_r[-N-1] \\ p_r[N] & p_r[N-1] & \dots & p_r[-N] \\ p_r[N+1] & p_r[N] & \dots & p_r[-N+1] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_r[2N-1] & p_r[2N-2] & \dots & p_r[1] \\ p_r[2N] & p_r[2N-1] & \dots & p_r[0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{-N} \\ c_{-N+1} \\ \dots \\ c_{-1} \\ c_0 \\ c_1 \\ \dots \\ c_{N-1} \\ c_N \end{bmatrix}$$

Extração do Relógio

- Para que o sinal seja amostrado nos instantes de tempo exatos, é necessário que o receptor esteja em sincronismo com o relógio do transmissor
- É possível usar três métodos de sincronização:
 - Tanto o transmissor quanto o receptor recebem o sinal de sincronismo de uma fonte principal - método com maior custo destinado a sistemas com grandes volumes de dados
 - O transmissor envia um sinal de sincronização em separado para o receptor (piloto de relógio) - método usado quando há banda disponível
 - Autossincronização a partir da extração do sinal de relógio contida na informação

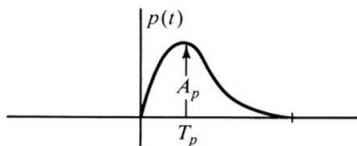
Extração do Relógio para a Sinalização Polar



Detecção de Erro

- No receptor, o sinal recebido consiste em um trem de pulsos equalizados mais um termo de ruído aleatório do canal
- Na ausência de ruído, o processo de amostragem resulta na correta recuperação da informação enviada
- Se o ruído for considerável, a decisão tomada a partir do valor da amostra pode ser errada, o que é conhecido como um erro de detecção
- O desempenho dos sistemas digitais é medido a partir da probabilidade de erro de detecção
- O cálculo da probabilidade de erro depende do modelo do canal, do código de linha e do tipo de detecção

Efeito do Ruído na Sinalização Polar



(a)

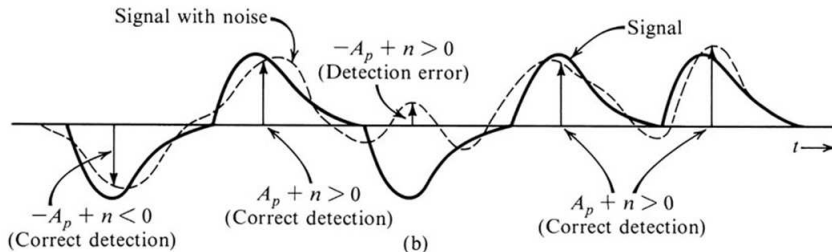


Diagrama do Olho

- As degradações sofridas pelos pulsos e a ISI podem ser visualizadas em um osciloscópio através do diagrama do olho
 - A saída do canal é aplicada na entrada vertical e a base de tempo é gatilhada na mesma taxa de chegada dos pulsos ou em um múltiplo dessa taxa
- O diagrama do olho mostra a superposição dos pulsos em uma mesma tela
- O ponto de maior abertura vertical é o instante ótimo de amostragem
- A ISI sem equalização tende a fechar o olho
- Quanto mais aberto o olho, maior a tolerância a ruído

Diagrama do Olho

- Na figura abaixo, o canal é ideal e os pulsos não apresentam distorção, resultando em um olho totalmente aberto para os pulsos retangulares e em um olho com abertura máxima no centro para o outro formato

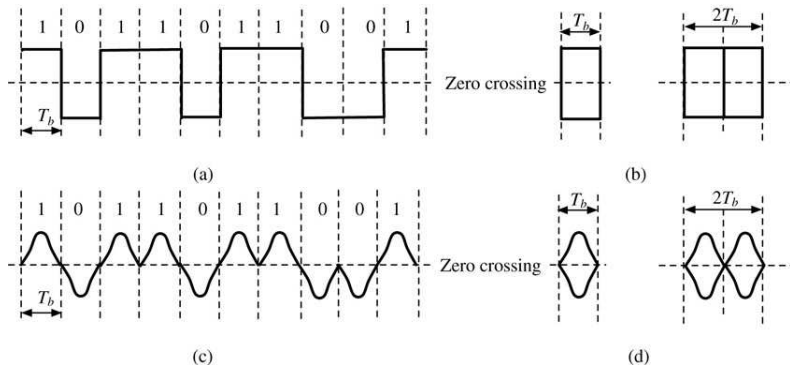


Diagrama do Olho

- Na figura abaixo, o canal causa distorção ou é limitado em banda
- Nesse caso, os pulsos recebidos são arredondados, distorcidos e espalhados e olho não está mais completamente aberto no centro

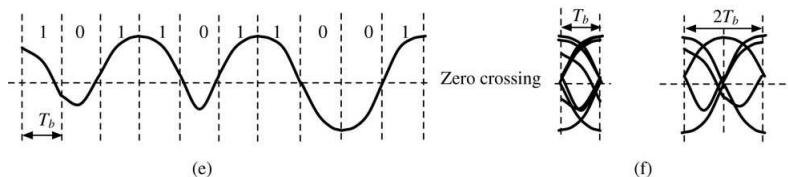


Diagrama do Olho

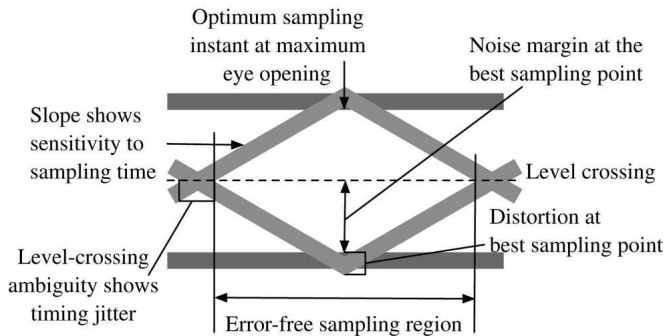
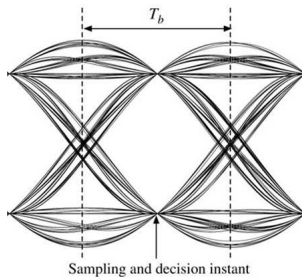
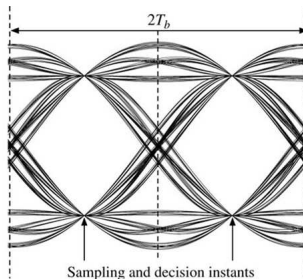


Diagrama do Olho

- Sinalização polar com um pulso do tipo cosseno levantado com $r = 0,5$, mostrando a ISI nula



(a)



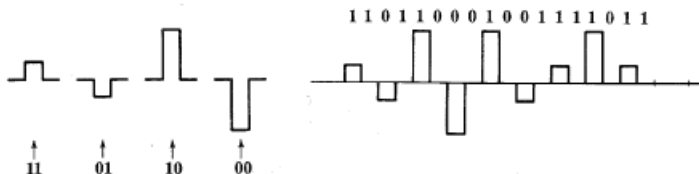
(b)

Comunicações M-árias

- Nas comunicações binárias, um bit é transmitido para cada pulso (símbolo)
- Pode-se associar um grupo maior de bits a um determinado pulso
- Com M pulsos pode-se associar $I_M = \log_2 M$ bits de informação
- Se R_S representa a taxa de símbolos por segundo, então $R_b = I_M R_S$ bits por segundo
- Nesse caso, ao se manter fixa a duração dos pulsos, a taxa de transmissão em bits por segundo é multiplicada por I_M , sem alterar a largura de banda da transmissão (a largura de banda depende da duração do pulso)
- Sistemas M-ários necessitam usar mais potência na transmissão que sistemas binários a fim de manter a mesma probabilidade de erro

Comunicações M-árias

- Exemplo de modulação por amplitude de pulso (PAM) para $M = 4$

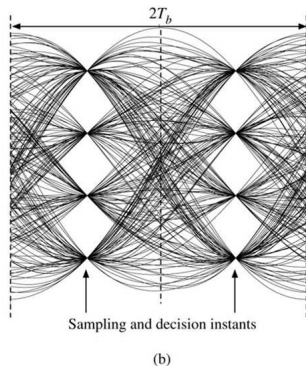
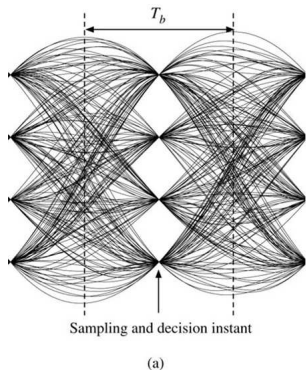


- Pulsos M-ários podem ser formatados de acordo com o critério de Nyquist para a ISI nula
- A largura de banda da transmissão é dada por:

$$B_T = (1 + r) \frac{R_S}{2}$$

Comunicações M-árias

- Sinalização PAM com pulso do tipo cosseno levantado com $r = 0,5$, mostrando a ISI nula



Sistemas Digitais com Portadora

- Os sinais digitais estudados até o momento são sinais em banda base
- Sinais em banda base podem ser transmitidos por pares de fios ou por cabos coaxiais
- Entretanto, sinais em banda base não podem ser propagados através do ar, pois isso exigiria antenas extremamente longas
- Assim como foi feito para os sistemas analógicos, os sinais em banda base podem também modular uma portadora senoidal de alta frequência a fim de deslocar os seus espectros
- Assim como nos sistemas analógicos, a portadora pode ser modulada em ângulo ou em amplitude

Modulação ASK

- Um sinal em banda base do tipo on-off pode ser usado como sinal modulante, resultando na modulação por chaveamento de amplitude (ASK - *Amplitude Shift Keying*), também conhecida como chaveamento on-off (OOK - *On-Off Keying*)
- Nesse caso, tem-se que:

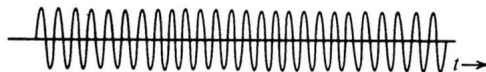
$$\varphi_{ASK}(t) = m(t) \cos \omega_c t$$

$$m(t) = \sum_k a_k p(t - kT_b), \quad a_k = 0, 1$$

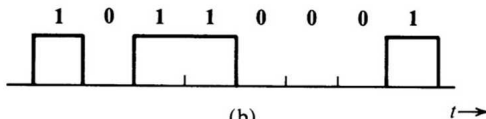
$$p(t) = \Pi\left(\frac{t - T_b/2}{T_b}\right)$$

Modulação ASK

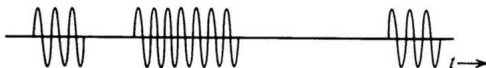
- Sinal ASK



(a)



(b)



(c)

Modulação PSK

- Quando o sinal modulante é do tipo polar, o bit zero é transmitido $-p(t)$, neste caso $-p(t) \cos(\omega_c t) = p(t) \cos(\omega_c t + \pi)$
- Obtém-se assim a modulação PSK (*Phase Shift Keying*)

$$\begin{aligned}\varphi_{PSK}(t) &= m(t) \cos \omega_c t \\ m(t) &= \sum_k a_k p(t - kT_b), \quad a_k = -1, 1\end{aligned}$$

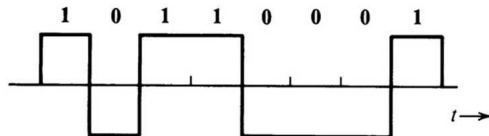
Modulação FSK

- No FSK (*Frequency Shift Keying*), a informação é transmitida pela variação de frequência
- A expressão para o FSK é obtida utilizando dois sinais on-off entrelaçados

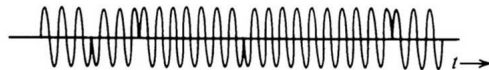
$$\begin{aligned}\varphi_{FSK}(t) &= \sum_k a_k p(t - kT_b) \cos \omega_{c_1} t \\ &+ (1 - a_k) p(t - kT_b) \cos \omega_{c_0} t, \quad a_k = 0, 1\end{aligned}$$

Modulações PSK e FSK

- Sinais PSK e FSK



(a)



(b)



(c)

DEP dos Sinais Digitais Modulados

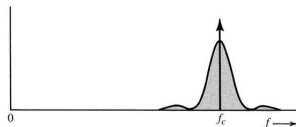
- A multiplicação de um sinal por uma portadora senoidal $\cos \omega_c t$ desloca o seu espectro para as frequências $\pm \omega_c$
- Pode-se mostrar que para um sinal $m(t)$ com DEP $S_m(f)$, a DEP do sinal modulado $\varphi(t) = m(t) \cos \omega_c t$ é dada por

$$S_\varphi(f) = \frac{1}{4} S_m(f + f_c) + \frac{1}{4} S_m(f - f_c)$$

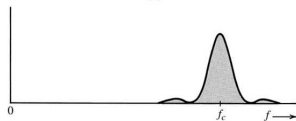
- A DEP S_φ irá variar de acordo com o código de linha subjacente, assim:
 - ASK - DEP de um sinal on-off deslocada
 - PSK - DEP de um sinal polar deslocada
 - FSK - Sobreposição das DEP dois sinais ASK nas frequências f_{c0} e f_{c1}

DEP dos Sinais Digitais Modulados

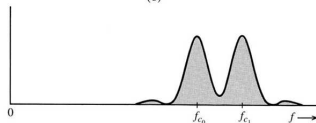
- DEP de sinais ASK, PSK e FSK (no FSK, as frequências f_{c0} e f_{c1} foram escolhidas de modo a eliminar as componentes discretas nessas frequências)



(a)



(b)



(c)

Modulação Digital M-Ária com Portadora

- Assim como foi observado para a sinalização em banda base, a taxa de transmissão pode ser aumentada através da transmissão de mais de um bit por intervalo de sinalização
- O mesmo se aplica para as modulações digitais com portadora, podendo-se ter uma ASK com M níveis, uma FSK com M frequências ou uma PSK com M fases
- A ASK M -ária permite a transmissão de $\log_2 M$ bits de informação para cada símbolo transmitido
- Neste caso, os sinais transmitidos podem ser:

$$\varphi(t) = 0, A \cos \omega_c t, 2A \cos \omega_c t, \dots, (M-1)A \cos \omega_c t$$

FSK M-Ária

- Na FSK M-ária, é transmitido uma senóide pertencente ao conjunto $\{A \cos 2\pi f_i t, i = 1, \dots, M\}$, sendo

$$f_i = f_1 + (i - 1)\delta f, \quad i = 1, 2, \dots, M$$

- Como a FSK é um tipo de FM, o desvio em frequência é dado por

$$\Delta f = \frac{f_M - f_1}{2} = \frac{1}{2}(M - 1)\delta f$$

- Para que seja possível distinguir os sinais de diferentes frequências, é necessário que os sinais sejam ortogonais entre si
- A ortogonalidade cria uma restrição para o valor de δf

- O menor valor de δf que assegura a ortogonalidade é dado por

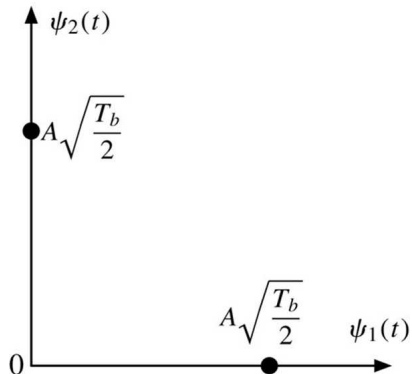
$$\delta f = \frac{1}{2T_b} \text{Hz}$$

- Com a condição de ortogonalidade verificada, os M sinais FSK podem ser representados em uma base de funções ortonormais $\psi_i(t)$

$$\psi_i(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos 2\pi \left(f_1 + \frac{i-1}{2T_b} \right), i = 1, \dots, M$$

$$\varphi_{MFSK}(t) = A \cos 2\pi f_i t = A \sqrt{\frac{2}{T_b}} \psi_i(t), i = 1, \dots, M$$

- Constelação de sinais para a FSK binária



PSK, PAM e QAM M-Árias

- Um sinal PSK M-ário pode ser escrito como

$$\begin{aligned}\varphi_{MPSK}(t) &= A\sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(\omega_c t + \theta_m), \quad 0 \leq t < T_b \\ &= A\sqrt{\frac{2}{T_b}} (\cos \omega_c t \cos \theta_m - \sin \omega_c t \sin \theta_m) \\ &= a_m \psi_1(t) + b_m \psi_2(t); \\ a_m &= A \cos \theta_m, \quad b_m = -A \sin \theta_m \\ \psi_1(t) &= \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos \omega_c t, \quad \psi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \sin \omega_c t\end{aligned}$$

PSK, PAM e QAM M-Árias

- Pode-se observar que as modulações PSK podem ser representadas como uma modulação QAM
- Os sinais $\psi_1(t)$ e $\psi_2(t)$ constituem uma base ortornormal no intervalo $0 \leq t < T_b$
- Para um sinal PSK, a condição abaixo é verificada

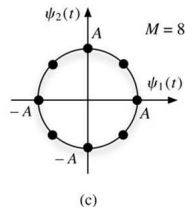
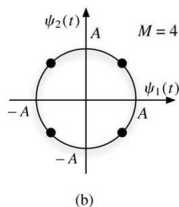
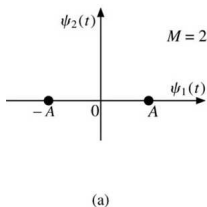
$$a_m^2 + b_m^2 = A^2 = \text{constante}$$

- Ou seja, os sinais possuem amplitude constante no espaço de sinais
- Na PSK M-ária, as fases são escolhidas da seguinte forma

$$\theta_m(t) = \theta_0 + \frac{2\pi}{M}(m-1), \quad m = 1, \dots, M$$

PSK, PAM e QAM M-Árias

- $M = 2$ (BPSK), $M = 4$ (QPSK) e $M = 8$ (8-PSK)



PSK, PAM e QAM M-Árias

- a_m e b_m não necessitam estar confinados em um círculo unitário
- Quando a_m e b_m estão dispostos em uma constelação retangular, a modulação é conhecida como uma QAM M-ária

PSK, PAM e QAM M-Árias

- QAM-16

