

Princípios da Transmissão Digital

Edmar J Nascimento

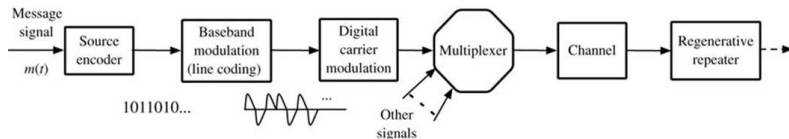
Universidade Federal do Vale do São Francisco
Colegiado de Engenharia Elétrica

www.univasf.edu.br/~edmar.nascimento

October 25, 2020

Sistemas de Comunicações Digitais

- Um sistema de comunicação digital é formado por diversos componentes: fonte, codificador de linha, modulador, multiplexador e repetidor regenerador

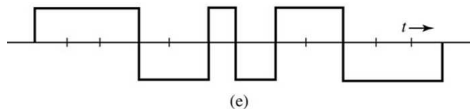
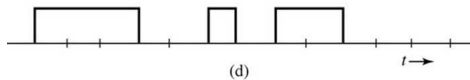
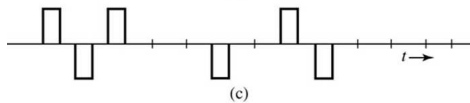
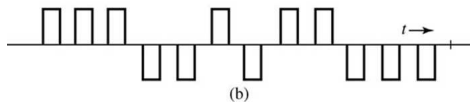
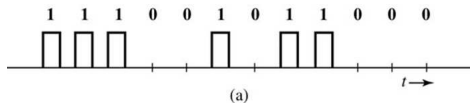


- Codificador de fonte
 - Sequência de dígitos (números) provenientes de alguma fonte de informação
 - Sequência de números binários provenientes de algum tipo de PCM binário

Sistemas de Comunicações Digitais

- Modulação em banda base (Codificação de linha)
 - Codifica a saída da fonte em pulsos elétricos
 - Vários tipos de codificação são possíveis (on-off, polar, bipolar, etc.) com possíveis variações na largura do pulso
 - No esquema NRZ (nonreturn-to-zero), o pulso ocupa toda a largura do bit
 - No esquema RZ (return-to-zero), o pulso se anula antes do intervalo do bit seguinte
 - O formato do pulso não é necessariamente retangular como será visto na sequência

Códigos de Linha



Codificação de Linha (Critérios)

- Um código de linha é escolhido de modo a satisfazer algumas propriedades:
 - A largura de banda de transmissão deve ser a menor possível
 - Para uma dada largura de banda e uma dada probabilidade de erro, a potência transmitida deve ser a menor possível
 - Deve propiciar a detecção ou a correção de erros
 - Deve possuir nível DC nulo para evitar problemas nos repetidores
 - Deve incluir a informação de relógio nos dados transmitidos
 - Deve ser transparente, ou seja, deve ser capaz de transmitir dados corretamente independente do padrão dos dados transmitidos

Sistemas de Comunicações Digitais

- Multiplexador

- Combina várias fontes de dados através de intercalamento

- Repetidor Regenerativo

- São usados ao longo da linha de transmissão com o objetivo de regenerar o sinal
 - Evita o acúmulo de ruído
 - Para que o repetidor funcione, é necessário que ele disponha do sinal de relógio
 - O sinal de relógio pode ser inserido no próprio sinal se o código de linha for adequadamente escolhido
 - O relógio pode ser extraído usando-se um circuito ressonante sintonizado na frequência do relógio

Densidade Espectral de Potência

- As características espectrais de um código de linha são inferidas a partir do cálculo da densidade espectral de potência
- Considerações:
 - Pulsos são espaçados de T_b segundos (T_b - Tempo de bit)
 - A taxa de transmissão é dada por $R_b = 1/T_b$ pulsos por segundo
 - O pulso básico é denotado por $p(t)$ e a sua transformada de Fourier por $P(\omega)$ ou $P(f)$
 - A informação é representada por uma sequência de pulsos $a_k p(t)$ denotada por $y(t)$
 - Os códigos de linha on-off, polar e bipolar são casos especiais em que $a_k \in \{-1, 0, 1\}$ com restrições na forma do pulso básico

Densidade Espectral de Potência

- O trem de pulsos $y(t)$ pode ser representado como a saída de um sistema linear tendo como entrada impulsos de área a_k e resposta ao impulso $h(t) = p(t)$
- Nesse caso, a DEP de $y(t)$ é dada por:

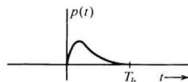
$$S_y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_x(\omega) = |P(\omega)|^2 S_x(\omega)$$

- Em que,

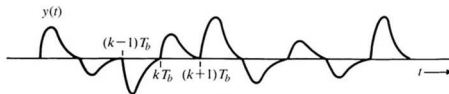
$$S_x(\omega) = \mathcal{F}\{\mathcal{R}_x(\tau)\}$$

- O problema se reduz ao cálculo da autocorrelação temporal de $x(t)$

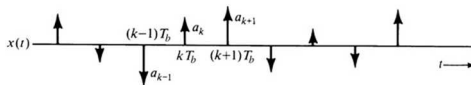
Densidade Espectral de Potência



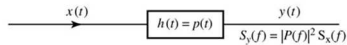
(a)



(b)



(c)



(d)

Densidade Espectral de Potência

- A autocorrelação de $x(t)$ pode ser calculada considerando-se uma aproximação dos impulsos por pulsos retangulares de largura ϵ e altura h_k

$$\epsilon h_k = a_k$$

- Sendo $\hat{x}(t)$ o trem de pulsos retangulares correspondente ao trem de impulsos $x(t)$, então:

$$\mathcal{R}_{\hat{x}}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \hat{x}(t) \hat{x}(t - \tau) dt$$

- Se $\tau < \epsilon$, então:

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{\hat{x}} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_k h_k^2 (\epsilon - \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_k a_k^2 \left(\frac{\epsilon - \tau}{\epsilon^2} \right) \\ &= \frac{R_0}{\epsilon T_b} \left(1 - \frac{\tau}{\epsilon} \right), \quad R_0 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_b}{T} \sum_k a_k^2 \end{aligned}$$

Densidade Espectral de Potência

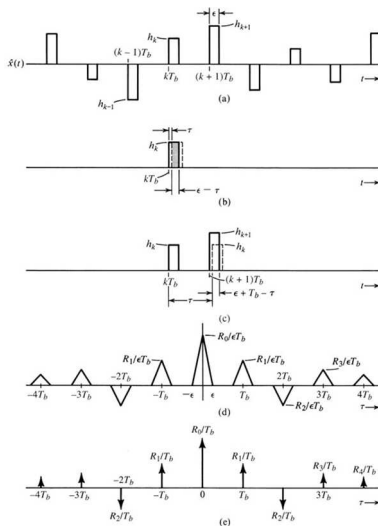
- Em um intervalo de duração T , há $N = T/T_b$ pulsos espaçados a cada T_b segundos, logo:

$$R_0 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_k a_k^2 = E[a_k^2]$$

- Como $\mathcal{R}_{\hat{x}}(\tau)$ é uma função par de τ , então:

$$\mathcal{R}_{\hat{x}} = \frac{R_0}{\epsilon T_b} \left(1 - \frac{|\tau|}{\epsilon}\right), \quad |\tau| < \epsilon$$

Densidade Espectral de Potência



Densidade Espectral de Potência

- Quando τ se aproxima de T_b , o k -ésimo pulso de $\hat{x}(t - \tau)$ começa a se sobrepor ao $(k+1)$ -ésimo pulso de $\hat{x}(t)$
- De modo similar, $\mathcal{R}_{\hat{x}}(\tau)$ será dado por um pulso triangular de largura 2ϵ e altura $R_1/\epsilon T_b$, com

$$R_1 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_b}{T} \sum_k a_k a_{k+1} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_k a_k a_{k+1} = E[a_k a_{k+1}]$$

- Resultados semelhantes, são obtidos para $\tau = 2T_b, 3T_b, \dots$, de modo que:

$$R_n = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T_b}{T} \sum_k a_k a_{k+n} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_k a_k a_{k+n} = E[a_k a_{k+n}]$$

Densidade Espectral de Potência

- No limite, quando $\epsilon \rightarrow 0$, $\mathcal{R}_{\hat{x}}(\tau) \rightarrow \mathcal{R}_x(\tau)$
- Os pulsos triangulares tendem a impulsos de área R_n/T_b e assim:

$$\mathcal{R}_x(\tau) = \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n \delta(\tau - nT_b)$$

- A DEP de $x(t)$ é dada então por:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n e^{-jn\omega T_b} = \frac{1}{T_b} \left(R_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos n\omega T_b \right)$$

Densidade Espectral de Potência (Expressões)

- Assim, a DEP de $y(t)$ é dada por:

$$\begin{aligned} S_y(\omega) &= |P(\omega)|^2 S_x(\omega) = \frac{|P(\omega)|^2}{T_b} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n e^{-jn\omega T_b} \right) \\ &= \frac{|P(\omega)|^2}{T_b} \left(R_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos n\omega T_b \right) \end{aligned}$$

- Para cada código de linha, tem-se um $P(\omega)$ e um R_n específico que permitem calcular a DEP de $y(t)$

DEP para Sinalização Polar

- Na sinalização polar tem-se:
 - 1 é transmitido por $p(t)$ ($a_k = 1$)
 - 0 é transmitido por $-p(t)$ ($a_k = -1$)
- Admite-se ainda que $Prob[bit = 1] = Prob[bit = 0] = 1/2$
- Logo,

$$R_0 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_k a_k^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} (N) = 1$$

- Como a_k e a_{k+n} podem assumir ± 1 , o produto $a_k a_{k+n}$ assume $+1$ ou -1 com igual possibilidade, assim:

$$R_n = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_k a_k a_{k+n} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{2} (1) + \frac{N}{2} (-1) \right] = 0$$

DEP para Sinalização Polar

- Assim, para a sinalização polar, a DEP é dada por:

$$S_y(\omega) = \frac{|P(\omega)|^2}{T_b} R_0 = \frac{|P(\omega)|^2}{T_b}$$

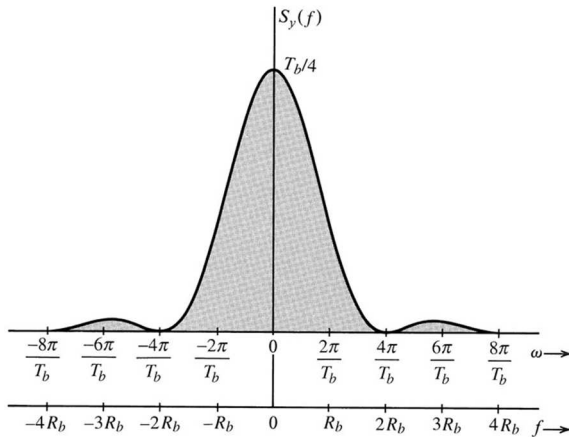
- Se o pulso $p(t)$ for um pulso retangular de largura $T_b/2$ (RZ), ou seja

$$p(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_b/2}\right) \iff P(\omega) = \frac{T_b}{2} \text{sinc}\left(\frac{\omega T_b}{4}\right)$$

- Então:

$$S_y(\omega) = \frac{T_b}{4} \text{sinc}^2\left(\frac{\omega T_b}{4}\right)$$

DEP para Sinalização Polar (Pulso RZ Retangular)



DEP para Sinalização Polar

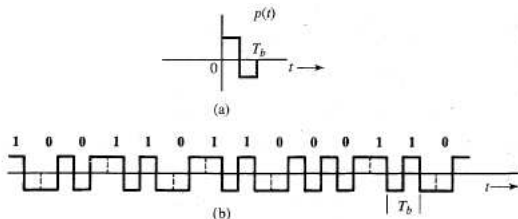
- Observa-se que a banda essencial é $2R_b$ no caso RZ
- Mas, para transmitir R_b bits por segundo é necessário no mínimo $R_b/2$ Hz
 - Largura de banda da sinalização polar RZ é quatro vezes maior que a mínima teórica
 - Na sinalização polar NRZ, a banda essencial é R_b , resultando em uma banda duas vezes maior que a mínima teórica
 - Não é eficiente do ponto de vista espectral
- A sinalização polar não permite a detecção de erros
- O nível DC na DEP não é nulo, o que inviabiliza o acoplamento AC
- Como pontos positivos, a sinalização polar leva vantagem nos requisitos de potência e na transparência

Densidade Espectral de Potência

- Para que a DEP de um código de linha, $S_y(\omega)$ tenha nível DC nulo, deve-se ter:

$$P(0) = 0 \implies \int_{-\infty}^{\infty} p(t) dt = 0$$

- Ou seja, a área do pulso deve ser nula: sinalização Manchester (Split-phase)



DEP para a Sinalização On-Off

- Na sinalização on-off tem-se:
 - 1 é transmitido por $p(t)$ ($a_k = 1$)
 - 0 é transmitido por nenhum pulso ($a_k = 0$)
- Logo,

$$R_0 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{2}(1) + \frac{N}{2}(0) \right] = \frac{1}{2}$$

- Como a_k e a_{k+n} podem assumir 1 ou 0, o produto $a_k a_{k+n}$ assume 1×1 , 1×0 , 0×1 ou 0×0 com igual possibilidade, assim:

$$R_n = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{4}(1) + \frac{3N}{4}(0) \right] = \frac{1}{4}$$

DEP para a Sinalização On-Off

- Com os valores obtidos, a DEP de $y(t)$ é dada por:

$$\begin{aligned} S_y(\omega) &= \frac{|P(\omega)|^2}{T_b} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (n \neq 0) e^{-jn\omega T_b} \right) \\ &= \frac{|P(\omega)|^2}{T_b} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-jn\omega T_b} \right) \end{aligned}$$

- Usando a fórmula abaixo

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-jn\omega T_b} = \frac{2\pi}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{T_b}\right)$$

DEP para a Sinalização On-Off

- Então, a DEP de $y(t)$ é:

$$S_y(\omega) = \frac{|P(\omega)|^2}{4T_b} \left[1 + \frac{2\pi}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{T_b}\right) \right]$$

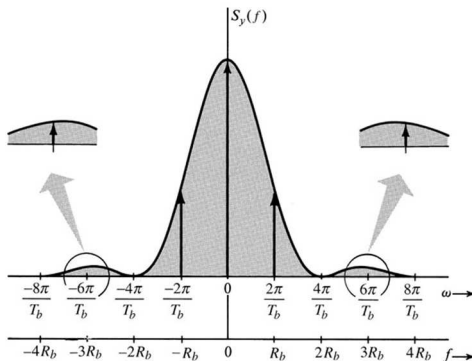
- Se o pulso $p(t)$ for um pulso retangular de largura $T_b/2$ (RZ), ou seja

$$p(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_b/2}\right) \iff P(\omega) = \frac{T_b}{2} \text{sinc}\left(\frac{\omega T_b}{4}\right)$$

- Então:

$$S_y(\omega) = \frac{T_b}{16} \text{sinc}^2\left(\frac{\omega T_b}{4}\right) \left[1 + \frac{2\pi}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{T_b}\right) \right]$$

DEP para a Sinalização On-Off



DEP para Sinalização On-Off

- Observa-se que a banda essencial é $2R_b$
 - Assim como a sinalização polar, a sinalização on-off não é eficiente do ponto de vista espectral
- O espectro apresenta componentes discretas periódicas de frequência R_b Hz
- A sinalização on-off não permite a detecção de erros
- O nível DC na DEP não é nulo, o que inviabiliza o acoplamento AC
- Não é transparente e é menos imune a interferências que a sinalização polar

DEP para a Sinalização Bipolar

- Na sinalização bipolar (pseudo-ternária) tem-se:
 - 1 é transmitido por $p(t)$ ou $-p(t)$ ($a_k = \pm 1$)
 - 0 é transmitido por nenhum pulso ($a_k = 0$)
- Logo,

$$R_0 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{2} (\pm 1)^2 + \frac{N}{2} (0) \right] = \frac{1}{2}$$

- A sequência (a_k, a_{k+1}) pode assumir os valores $(1, 1), (1, 0), (0, 1), (0, 0)$, assim:

$$R_1 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{4} (-1) + \frac{3N}{4} (0) \right] = -\frac{1}{4}$$

DEP para a Sinalização Bipolar

- De modo similar, a sequência (a_k, a_{k+2}) pode assumir os valores $(1, 1, 1)$, $(1, 0, 1)$, $(1, 1, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 1)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$ e $(0, 0, 0)$, assim:

$$R_2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{8}(-1) + \frac{N}{8}(1) + \frac{6N}{8}(0) \right] = 0$$

- Em geral, para $n > 1$, tem-se que:

$$R_n = 0$$

DEP para a Sinalização Bipolar

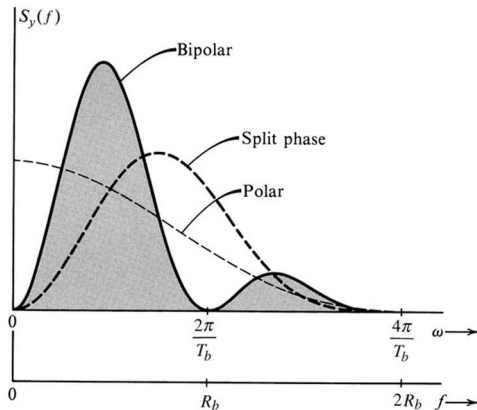
- Então, a DEP de $y(t)$ é:

$$S_y(\omega) = \frac{|P(\omega)|^2}{2T_b} [1 - \cos \omega T_b] = \frac{|P(\omega)|^2}{T_b} \sin^2 \frac{\omega T_b}{2}$$

- Observa-se que $S_y(\omega) = 0$ para $\omega = 0$, independentemente do valor de $P(\omega)$
- A banda essencial é R_b Hz
- Para o pulso RZ, tem-se:

$$S_y(\omega) = \frac{T_b}{4} \text{sinc}^2\left(\frac{\omega T_b}{4}\right) \sin^2\left(\frac{\omega T_b}{2}\right)$$

DEP para a Sinalização RZ (Potência Normalizada)



DEP para Sinalização Bipolar

- Observa-se que a banda essencial é R_b
 - Metade do valor obtido para as sinalizações polar e on-off
- A sinalização bipolar tem espectro nulo no nível DC e permite a detecção de erros
- Como desvantagens, a sinalização bipolar requer mais potência que a sinalização polar e também não é transparente
 - Esquemas de substituição são necessários: HDB e B8ZS

Sinalização HDB

- Para eliminar o problema da não transparência da sinalização bipolar, utiliza-se o esquema de substituição HDB (High-density bipolar)
 - Quando $N + 1$ zeros sucessivos ocorrem, eles são substituídos por uma sequência de dígitos especiais
- No HDB3, as sequências são:
 - 000V e B00V (B=1 conforme a regra bipolar e V=1 contrariando a regra bipolar)
- A sequência B00V é escolhida se há um número par de 1s após a última sequência especial
- A sequência 000V é escolhida se há um número ímpar de 1s após a última sequência especial

Sinalização HDB

Input digits 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 1 0 0 0 0 1

Coded digits 0 1 0 1 1 1 $\boxed{000V}$ 1 0 1 1 0 1 $\boxed{100V}$ $\boxed{100V}$ 0 0 1 0 1 1 0 1 0 1 $\boxed{000V}$ 1

