

Modulação em Ângulo

Edmar J Nascimento

Universidade Federal do Vale do São Francisco
Colegiado de Engenharia Elétrica

www.univasf.edu.br/~edmar.nascimento

October 4, 2020

Comparação entre AM e FM/PM

- Na modulação AM, a largura de banda é fixa
- Em AM, o efeito de não linearidades é a distorção, pois a informação está na amplitude do sinal
- Na modulação em ângulo, a largura de banda é controlada pelo Δf
- O aumento da banda utilizada melhora o desempenho de FM/PM
- Sistemas modulados em ângulo são imunes a não linearidades, pois a amplitude da portadora é constante

Imunidade a não Linearidades

- Os efeitos não lineares não afetam os sinais modulados em ângulo e podem ainda ser usados na geração de sinais
- Considerando-se por exemplo um elemento não linear de segunda ordem dado por:

$$y(t) = a_1x(t) + a_2x^2(t)$$

- Um sinal modulado em ângulo pode ser representado por:

$$x(t) = \cos[\omega_c t + \psi(t)]$$

Imunidade a não Linearidades

- Então, tem-se:

$$\begin{aligned}y(t) &= a_1 \cos [\omega_c t + \psi(t)] + a_2 \cos^2 [\omega_c t + \psi(t)] \\&= \frac{a_2}{2} + a_1 \cos [\omega_c t + \psi(t)] + \frac{a_2}{2} \cos [2\omega_c t + 2\psi(t)]\end{aligned}$$

- Para FM, tem-se:

$$\begin{aligned}y(t) &= \frac{a_2}{2} + a_1 \cos \left[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha \right] \\&\quad + \frac{a_2}{2} \cos \left[2\omega_c t + 2k_f \int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha \right]\end{aligned}$$

- O termo DC é filtrado e a informação continua intacta em duas frequências ω_c e $2\omega_c$

Imunidade a não Linearidades

- Os dispositivos não lineares desse tipo são chamados de multiplicadores de frequência
- Essa análise pode ser generalizada para um dispositivo não linear de ordem n

$$y(t) = a_0 + a_1x(t) + a_2x^2(t) + \cdots + a_nx^n(t)$$

- Tem-se para FM:

$$\begin{aligned} y(t) = & c_0 + c_1 \cos \left[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha \right] \\ & + c_2 \cos \left[2\omega_c t + 2k_f \int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha \right] \\ & + \cdots + c_n \cos \left[n\omega_c t + nk_f \int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha \right] \end{aligned}$$

Geração de FM (Método Indireto de Armstrong)

- Um multiplicador de ordem n terá o seu espectro em $\omega_c, 2\omega_c, \dots, n\omega_c$ com desvio em frequência de $\Delta f, 2\Delta f, \dots, n\Delta f$
- O fator de multiplicação apropriado pode ser escolhido a partir da filtragem do espectro na portadora e banda apropriada
- O método indireto de Armstrong consiste em gerar um sinal FM de banda estreita (NBFM) e depois aumentar a sua frequência e o seu desvio em frequência através de multiplicadores



Geração Direta de FM

- A geração direta pode ser feita a partir de um VCO (Voltage-controlled oscillator)
- O sinal FM é obtido usando-se o sinal modulante $m(t)$ como sinal de controle

$$\omega_i(t) = \omega_c + k_f m(t)$$

- Um VCO pode ser construído a partir de amplificadores operacionais ou de simples circuitos LC
 - Varia-se os parâmetros L ou C de um circuito ressonante
 - Osciladores de Hartley ou Colpitt

Geração Direta

- Em um circuito LC, a frequência de oscilação é dada por:

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- Se a capacitância for variada da seguinte maneira:

$$C = C_0 - km(t)$$

- Então, tem-se que:

$$\begin{aligned}\omega_o &= \frac{1}{\sqrt{LC_0[1 - \frac{km(t)}{C_0}]}} = \frac{1}{\sqrt{LC_0[1 - \frac{km(t)}{C_0}]^{1/2}}} \\ &\approx \frac{1}{\sqrt{LC_0}} \left[1 + \frac{km(t)}{2C_0}\right], \quad \frac{km(t)}{C_0} \ll 1\end{aligned}$$

Geração Direta

- Definindo-se:

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{LC_0}}, \quad k_f = \frac{k\omega_c}{2C_0}$$

- Tem-se:

$$\omega_0 = \omega_c + k_f m(t)$$

- Sendo $C = C_0 - km(t)$, o desvio máximo de capacitância é dado por:

$$\Delta C = C_0 - C = km_p = \frac{2k_f C_0 m_p}{\omega_c}$$

Geração Direta

- Portanto:

$$\frac{\Delta C}{C_0} = \frac{2k_f m_p}{\omega_c} = \frac{2k_f m_p}{2\pi f_c} = \frac{2\Delta f}{f_c}$$

- Assim, uma variação na capacitância resulta em uma variação no desvio em frequência
- Apesar da ideia simples utilizada na geração direta, contruir um circuito estável em frequência requer a utilização de componentes mais sofisticados e estruturas com realimentação

Demodulação de FM

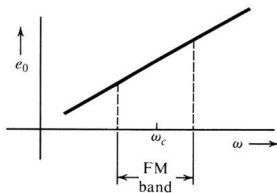
- No FM, a informação está na frequência instantânea
- Para obter a informação, pode-se passar o sinal por um filtro cuja amplitude é proporcional à frequência

$$|H(\omega)| = a\omega + b$$

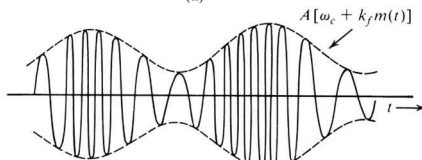
- Um diferenciador ideal é um desses filtros $|H(\omega)| = \omega$
- Se o sinal $\varphi_{FM}(t)$ passa por um diferenciador ideal, então:

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_{FM}(t) &= \frac{d}{dt} \left\{ A \cos \left[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha \right] \right\} \\ &= A [\omega_c + k_f m(t)] \sin \left[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha \right]\end{aligned}$$

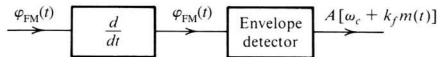
Demodulação de FM



(a)



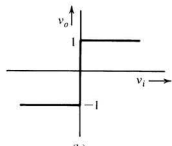
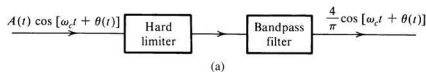
(b)



(c)

Demodulação de FM

- A amplitude da portadora deve ser constante, pois caso contrário, surge o termo $\dot{A}(t)$
- Devido aos efeitos do canal, A apresenta variações de amplitude
- Uma alternativa para manter A constante é usar o **limitador passa-faixas** (*bandpass limiter*)



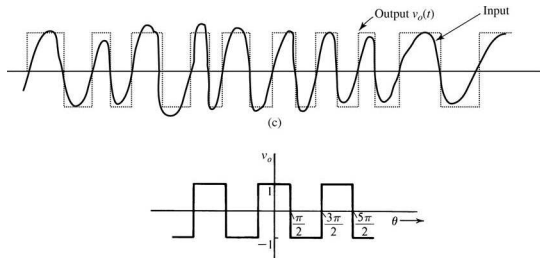
Demodulação de FM

- Se a entrada é dada por:

$$v_i(t) = A(t) \cos \theta(t), \quad \theta(t) = \omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha$$

- Então a saída do limitador é dada por:

$$v_o(\theta) = \begin{cases} 1, & \cos \theta > 0 \\ -1, & \cos \theta < 0 \end{cases}$$



Demodulação de FM

- Assim, $v_o(\theta)$ é uma função com período 2π que pode ser expressada como:

$$v_o(\theta) = \frac{4}{\pi} \left(\cos \theta - \frac{1}{3} \cos 3\theta + \frac{1}{5} \cos 5\theta + \dots \right)$$

- Assim, tem-se que:

$$\begin{aligned} v_o[\theta(t)] &= v_o\left[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha\right] \\ &= \frac{4}{\pi} \left\{ \cos \left[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{3} \cos 3 \left[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha \right] + \dots \right\} \end{aligned}$$

Demodulação de FM

- Passando o sinal $v_o[\theta(t)]$ por um filtro passa-faixas em ω_c , tem-se como saída o sinal:

$$e_o(t) = \frac{4}{\pi} \cos \left[\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha \right]$$

- Este sinal agora tem amplitude constante e pode ser demodulado usando-se um diferenciador seguido de um detector de envelope

Demoduladores Práticos

- Na prática, os circuitos demoduladores de FM recebem vários nomes:
 - Discriminador balanceado (*balanced discriminator*)
 - Detector de relação (*ratio detector*)
 - Detectores de cruzamento nulo (*zero-crossing detectors*)
- Circuitos do tipo PLL (Phase-Locked Loop) que são usados para rastrear a frequência e fase de uma portadora podem ser usados para fazer a demodulação

Interferência em Sistemas Modulados em Ângulo

- A fim de analisar a interferência em sistemas modulados em ângulo, considera-se inicialmente um caso simples:
 - A interferência de uma portadora $A \cos \omega_c t$ com uma outra senóide próxima $I \cos(\omega_c + \omega)t$
 - Seja $r(t)$ o sinal recebido, então:

$$\begin{aligned} r(t) &= A \cos \omega_c t + I \cos(\omega_c + \omega)t \\ &= (A + I \cos \omega t) \cos \omega_c t - I \sin \omega t \sin \omega_c t \\ &= E_r(t) \cos[\omega_c t + \psi_d(t)] \end{aligned}$$

- Em que

$$\psi_d(t) = \arctan \frac{I \sin \omega t}{A + I \cos \omega t} \approx \frac{I}{A} \sin \omega t, \quad (I \ll A)$$

Interferência em Sistemas Modulados em Ângulo

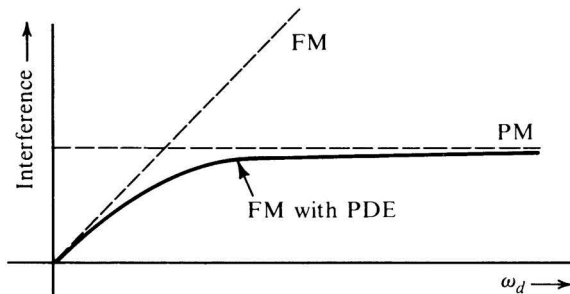
- Se esse sinal passa por um demodulador, tem-se:

$$y_d(t) = \frac{I}{A} \sin \omega t \quad (PM)$$
$$y_d(t) = \frac{I\omega}{A} \cos \omega t \quad (FM)$$

- Observa-se que:
 - A interferência é inversamente proporcional à amplitude da portadora
 - Os sistemas modulados em ângulo suprimem sinais de interferência fracos
 - Surge o **efeito de captura**: a portadora mais forte suprime a portadora mais fraca se elas estão próximas

Interferência em Sistemas Modulados em Ângulo

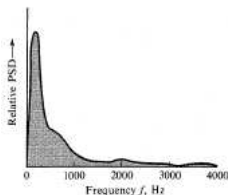
- Entretanto, a amplitude da interferência na saída do receptor não se comporta da mesma forma para FM e PM



- Quando a interferência é devida ao ruído branco, o modelo acima ainda se aplica, ou seja, a amplitude da interferência é constante para PM e varia linearmente com ω para FM

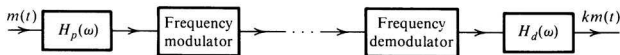
Pré-ênfase e De-ênfase em FM

- A interferência aumenta com a frequência em FM
- Dessa forma, o ruído branco que está distribuído em todas as frequências penalizaria o FM nas altas frequências
- Como em um sinal de áudio predominam as baixas frequências, o ruído ataca principalmente onde o sinal é fraco



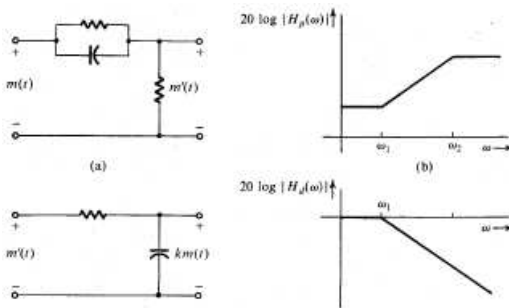
Pré-ênfase e De-ênfase em FM

- A solução para esse problema consiste em dar um ganho nas componentes de alta frequência antes da modulação (acima de 2,1kHz)
- Este processo é realizado utilizando um filtro $H_p(j\omega)$ e é chamado de pré-ênfase
- No receptor, depois da demodulação é feito o processo inverso chamado de de-ênfase com o filtro $H_d(j\omega)$



Pré-ênfase e De-ênfase em FM

- A idéia é fazer o sistema se comportar como FM em baixas frequências e como PM em altas frequências
- A pré-ênfase e a de-ênfase podem ser realizadas com circuitos RC



Pré-ênfase e De-ênfase em FM

- A função de transferência $H_p(\omega)$ é dada por:

$$H_p(\omega) = K \frac{j\omega + \omega_1}{j\omega + \omega_2}$$

- Se o ganho K for escolhido como $K = \omega_2/\omega_1$, então:

$$H_p(\omega) = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right) \frac{j\omega + \omega_1}{j\omega + \omega_2} \simeq \left\{ \begin{array}{ll} 1, & \omega \ll \omega_1 \\ \frac{j\omega}{\omega_1}, & \omega_1 \ll \omega \ll \omega_2 \end{array} \right\}$$

- Em que $f_1 = 2,1kHz$ e $f_2 = 15kHz$

Pré-ênfase e De-ênfase em FM

- O filtro de de-ênfase $H_d(\omega)$ é dado por:

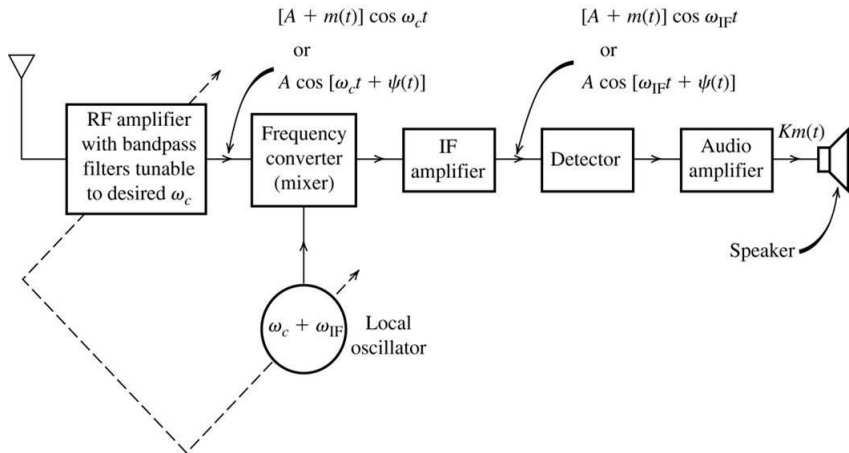
$$H_d(\omega) = \frac{\omega_1}{j\omega + \omega_1}$$

- Sistemas similares de redução de ruído eram empregados nas gravações de fitas cassetes e na gravação de LPs

Receptor FM

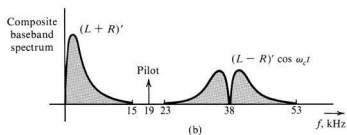
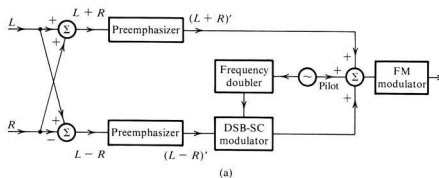
- A faixa de frequências atribuída ao FM varia de 88 a 108 MHz para difusão
- A separação entre estações adjacentes é de 200kHz e o desvio de frequência de pico Δf é igual a 75kHz
- Os receptores mono para FM são semelhantes ao receptor super-heteródino para AM
 - A frequência intermediária f_i é de 10,7MHz
 - O detector de envelope é substituído por um PLL ou por um discriminador (diferenciador) mais circuito de de-ênfase

Receptor Super-Heteródino



Transmissor FM Estéreo

- Na transmissão estéreo, o transmissor e o receptor precisam lidar com dois sinais L e R



Receptor FM Estéreo

- Se o receptor for mono, ele recebe o sinal $L + R$

