

Modulação em Amplitude (SSB e VSB)

Edmar J Nascimento

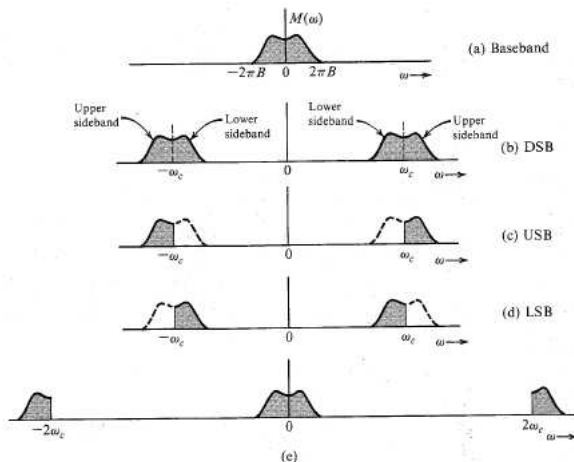
Universidade Federal do Vale do São Francisco
Colegiado de Engenharia Elétrica

www.univasf.edu.br/~edmar.nascimento

September 26, 2020

- Até agora, o espectro das modulações estudadas ocupa uma banda de $2B$ Hertz para um sinal em banda base com banda igual a B
- Como a mesma informação está presente em ambas as bandas laterais, é possível usar apenas uma dessas bandas na transmissão
 - Modulação em amplitude com banda lateral única (AM-SSB)
 - A banda usada pode ser a banda lateral inferior (LSB) ou a banda lateral superior (USB)
- O sinal resultante pode ser demodulado através de métodos de demodulação síncrona

AM-SSB-SC (Espectro)



AM-SSB-SC (Representação)

- As metades do espectro do sinal em banda base são representadas por:

$$M_+(\omega) = M(\omega)u(\omega)$$

$$M_-(\omega) = M(\omega)u(-\omega)$$

- $m_+(t) \leftrightarrow M_+(\omega)$ e $m_-(t) \leftrightarrow M_-(\omega)$ são funções complexas
- $M_+(-\omega)$ e $M_-(\omega)$ são conjugados, o que resulta que $m_+(t)$ e $m_-(t)$ são também conjugados
- Como $m_+(t) + m_-(t) = m(t)$, tem-se que:

$$m_+(t) = \frac{1}{2}[m(t) + jm_h(t)]$$

$$m_-(t) = \frac{1}{2}[m(t) - jm_h(t)]$$

AM-SSB-SC (Representação)

- A parcela desconhecida $m_h(t)$ pode ser obtida da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}M_+(\omega) &= M(\omega)u(\omega) \\&= \frac{1}{2}M(\omega)[1 + \operatorname{sgn}(\omega)] \\&= \frac{1}{2}M(\omega) + \frac{1}{2}M(\omega)\operatorname{sgn}(\omega)\end{aligned}$$

- Comparando-se as expressões de $m_+(t)$ e $M_+(\omega)$, tem-se que $jm_h(t) \iff M(\omega)\operatorname{sgn}(\omega)$, logo:

$$M_h(\omega) = -jM(\omega)\operatorname{sgn}(\omega)$$

AM-SSB-SC (Representação)

- Da tabela de transformadas, tem-se que:

$$\frac{1}{\pi t} \iff -j\operatorname{sgn}(\omega)$$

- Assim, $m_h(t) = m(t) * 1/\pi t$, o que resulta em:

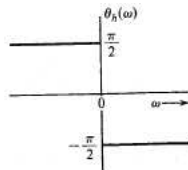
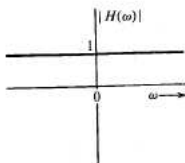
$$m_h(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{m(\tau)}{t - \tau} d\tau$$

- Esta expressão é conhecida como a **Transformada de Hilbert** de $m(t)$

AM-SSB-SC (Representação)

- A transformada de Hilbert pode ser interpretada como sendo a saída de um filtro $h(t) \Leftrightarrow H(\omega)$ com entrada $m(t)$
- Sendo assim,

$$H(\omega) = -j\text{sgn}(\omega) = \begin{cases} -j = 1.e^{-j\pi/2} & \omega > 0 \\ j = 1.e^{j\pi/2} & \omega < 0 \end{cases}$$



AM-SSB-SC (Representação)

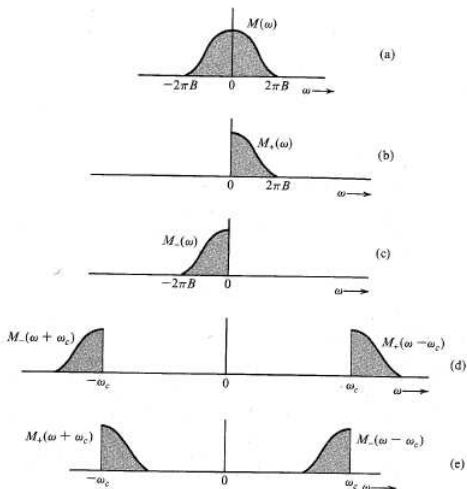
- A partir das expressões para $M_+(\omega)$ e $M_-(\omega)$, os sinais modulados com banda lateral única são dados por
 - Banda Lateral Superior

$$\begin{aligned}\Phi_{BLS}(\omega) &= M_+(\omega - \omega_c) + M_-(\omega + \omega_c) \\ &\iff \varphi_{BLS}(t) = m_+(t)e^{j\omega_c t} + m_-(t)e^{-j\omega_c t} \\ \varphi_{BLS}(t) &= m(t)\cos\omega_c t - m_h(t)\sin\omega_c t\end{aligned}$$

- Banda Lateral Inferior

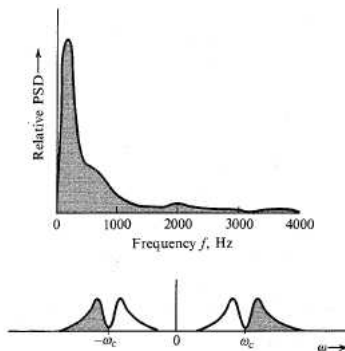
$$\begin{aligned}\Phi_{BLI}(\omega) &= M_-(\omega - \omega_c) + M_+(\omega + \omega_c) \\ &\iff \varphi_{BLI}(t) = m_-(t)e^{j\omega_c t} + m_+(t)e^{-j\omega_c t} \\ \varphi_{BLI}(t) &= m(t)\cos\omega_c t + m_h(t)\sin\omega_c t\end{aligned}$$

AM-SSB-SC (Representação)



AM-SSB-SC (Geração)

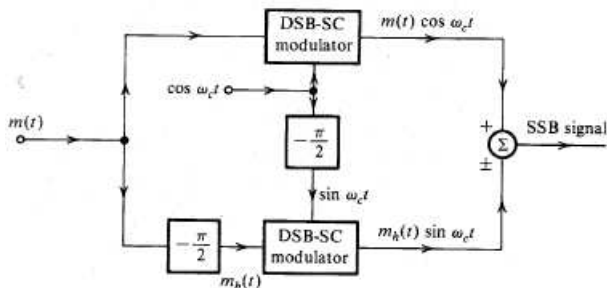
- A geração de sinais SSB-SC pode ser feita de duas maneiras:
- Método de Filtragem Seletiva
 - O sinal DSB-SC é passado através de um filtro a fim de eliminar a banda indesejada



AM-SSB-SC (Geração)

- Método de Deslocamento de Fase

- Todas as componentes do sinal são atrasadas em $\pi/2$ radianos
- Isto equivale a realizar a transformada de Hilbert do Sinal
- Um defasador desse tipo é irrealizável, de modo que só uma aproximação pode ser obtida



AM-SSB-SC (Demodulação)

- Para sinais SSB-SC, pode-se utilizar os métodos de demodulação síncrona
- Um sinal SSB-SC pode ser representado por

$$\varphi_{SSB}(t) = m(t) \cos \omega_c t \mp m_h(t) \sin \omega_c t$$

- Logo,

$$\varphi_{SSB}(t) \cos \omega_c t = \frac{1}{2}m(t) + \frac{1}{2}[m(t) \cos 2\omega_c t \mp m_h(t) \sin 2\omega_c t]$$

- Passando-se o sinal através de um filtro passa-baixas, obtém-se $m(t)$

- É possível inserir o sinal da portadora no sinal SSB, resultando em:

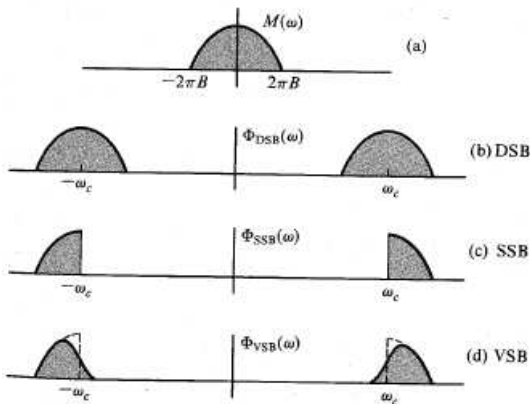
$$\begin{aligned}\varphi_{SSB+C}(t) &= A \cos \omega_c t + [m(t) \cos \omega_c t \mp m_h(t) \sin \omega_c t] \\ &= [A + m(t)] \cos \omega_c t \mp m_h(t) \sin \omega_c t \\ &= E(t) \cos (\omega_c t + \theta)\end{aligned}$$

- O envelope $E(t)$ é dado por

$$\begin{aligned}E(t) &= \{[A + m(t)]^2 + m_h^2(t)\}^{1/2} \\ &= A \left[1 + \frac{2m(t)}{A} + \frac{m^2(t)}{A^2} + \frac{m_h^2(t)}{A^2} \right]^{1/2} \\ &\simeq A \left[1 + \frac{2m(t)}{A} \right]^{1/2} \simeq A + m(t) \quad (A \gg |m(t)|)\end{aligned}$$

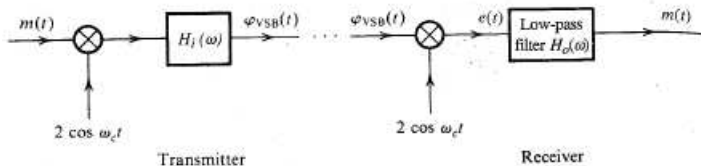
- A geração de sinais SSB não é simples para a maioria dos sinais
 - Sinal com nível DC não nulo implica em um filtro ideal
- Por outro lado, a geração de sinais DSB é bastante simples, mas gasta o dobro da largura de banda dos sinais SSB
- A modulação com Banda Lateral Vestigial (*VSB - Vestigial Side Band*) representa um compromisso entre SSB e DSB
 - Sinais VSB são mais fáceis de gerar que sinais SSB
 - A largura de banda dos sinais VSB é maior que SSB, mas menor que DSB

- Na modulação VSB, é realizado um corte gradual em uma das bandas laterais



VSB (Filtros)

- Na modulação VSB, são utilizados um *filtro formatador vestigial* $H_i(\omega)$ na transmissão e um *filtro equalizador* $H_o(\omega)$ na recepção



VSB (Filtros)

- O sinal VSB na saída do filtro de entrada é dado por:

$$\Phi_{VSB}(\omega) = [M(\omega + \omega_c) + M(\omega - \omega_c)]H_i(\omega)$$

- Na demodulação,

$$e(t) = 2\varphi_{VSB}(t) \cos \omega_c t \iff [\Phi_{VSB}(\omega + \omega_c) + \Phi_{VSB}(\omega - \omega_c)]$$

- Para que a saída seja $m(t)$, é necessário que:

$$\begin{aligned} M(\omega) &= E(\omega)H_o(\omega) = [\Phi_{VSB}(\omega + \omega_c) + \Phi_{VSB}(\omega - \omega_c)]H_o(\omega) \\ &= [M(\omega + 2\omega_c) + M(\omega)]H_i(\omega + \omega_c)H_o(\omega) \\ &\quad + M(\omega - 2\omega_c) + M(\omega)]H_i(\omega - \omega_c)H_o(\omega) \end{aligned}$$

VSB (Filtros)

- Como $H_o(\omega)$ é um filtro passa-baixas, as componentes em $\pm 2\omega_c$ são eliminadas, assim:

$$M(\omega) = M(\omega)[H_i(\omega + \omega_c) + H_i(\omega - \omega_c)]H_o(\omega)$$

- Logo, o filtro equalizador é dado por:

$$H_o(\omega) = \frac{1}{H_i(\omega + \omega_c) + H_i(\omega - \omega_c)}, \quad |\omega| \leq 2\pi B$$