

Sistemas Lineares e Filtragem

Edmar J Nascimento

Universidade Federal do Vale do São Francisco
Colegiado de Engenharia Elétrica

www.univasf.edu.br/~edmar.nascimento

September 13, 2020

Sistemas Lineares

- Para um sistema LIT, a relação entre a entrada e a saída é dada por

$$y(t) = g(t) * h(t)$$

- No domínio da frequência, tem-se

$$\begin{aligned} Y(\omega) &= G(\omega)H(\omega) \\ &= |Y(\omega)|e^{j\theta_y(\omega)} = |G(\omega)||H(\omega)|e^{j[\theta_g(\omega)+\theta_h(\omega)]} \end{aligned}$$

- Portanto,

$$\begin{aligned} |Y(\omega)| &= |G(\omega)||H(\omega)| \\ \theta_y(\omega) &= \theta_g(\omega) + \theta_h(\omega) \end{aligned}$$

Transmissão sem Distorção

- Em uma transmissão sem distorção, a forma de onda de entrada deve ser preservada
 - Toleram-se atrasos e uma alteração uniforme na amplitude

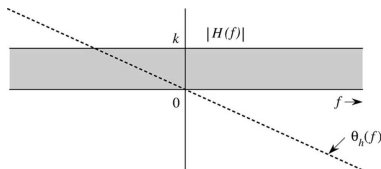
$$y(t) = kg(t - t_d)$$

- No domínio da frequência, tem-se

$$Y(\omega) = kG(\omega)e^{-j\omega t_d} \rightarrow H(\omega) = ke^{-j\omega t_d}$$

Transmissão sem Distorção

- A transmissão sem distorção implica que o sistema linear tenha
 - Resposta em amplitude constante - $|H(\omega)| = k$
 - Resposta em fase linear - $\theta_h(\omega) = -\omega t_d$



Transmissão sem Distorção

- O atraso pode ser representado pelo negativo da inclinação da resposta em fase

$$t_d(\omega) = -\frac{d\theta_h}{d\omega}$$

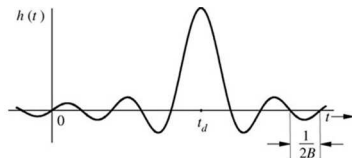
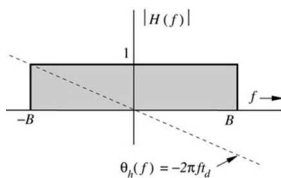
- $t_d(\omega)$ constante implica que todas as componentes do sinal são igualmente atrasadas por t_d
- Para um sistema sem distorção, $t_d(\omega)$ deve ser pelo menos constante na banda de interesse

Filtros Ideais

- Em muitas situações práticas é necessário limitar o espectro de frequências de um sinal
 - Melhor aproveitamento do espectro
 - Componentes de alta frequência de pouca relevância na aplicação considerada
- Os filtros ideais são modelos de sistemas lineares em que a transmissão ocorre sem distorção dentro de uma determinada banda
 - Componentes de frequência fora da banda são suprimidas
- São modelos de filtros ideais
 - Passa-baixas (*Low-pass*), passa-altas (*High-pass*), passa-faixa (*Band-pass*), rejeita-faixa

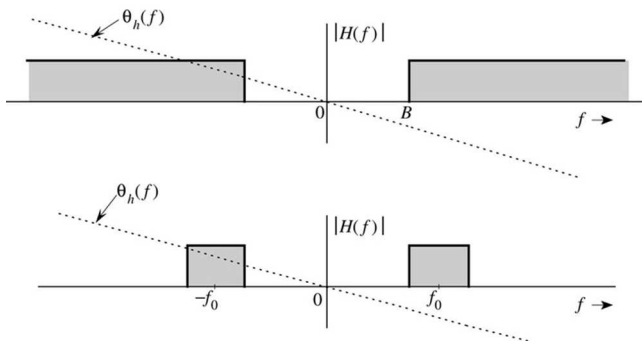
Filtros Ideais

- Resposta em frequência e resposta ao impulso de um filtro passa-baixas ideal



Filtros Ideais

- Resposta em frequência de um filtro passa-altas ideal e de um filtro passa-faixa ideal



Filtros Ideais

- Os filtros ideais não são fisicamente realizáveis

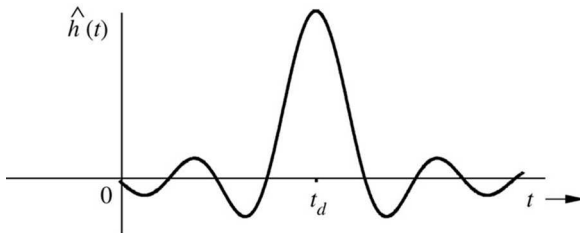
$$H(\omega) = \text{rect}\left(\frac{\omega}{2W}\right)e^{-j\omega t_d} \rightarrow h(t) = \frac{W}{\pi} \text{sinc}[W(t - t_d)]$$

- $h(t)$ é não causal e portanto não é fisicamente realizável
- Outra forma de verificar se um filtro é fisicamente realizável é verificar se ele atende o critério de Paley-Wiener

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\ln |H(\omega)||}{1 + \omega^2} d\omega < \infty$$

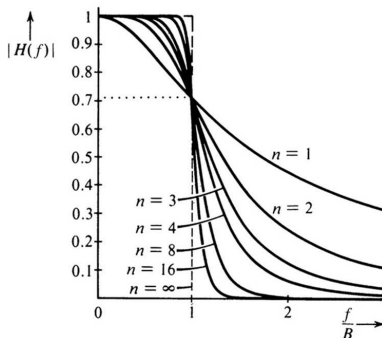
Filtros Realizáveis

- Filtros fisicamente realizáveis podem ser obtidos truncando-se a parte negativa de $h(t)$, resultando em $\hat{h}(t) = h(t)u(t)$
- Se t_d é grande, $h(t)$ e $\hat{h}(t)$ são bastante próximos
 - $\hat{H}(\omega)$ é uma boa aproximação

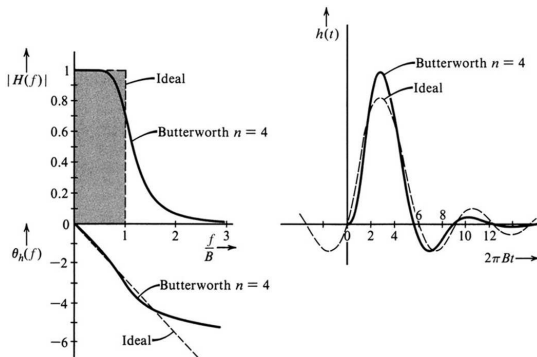


Filtros Realizáveis

- Os filtros práticos não realizam cortes bruscos
- O espectro de amplitude do filtro de Butterworth se aproxima do filtro ideal quando $n \rightarrow \infty$



Filtros de Butterworth para $n = 4$

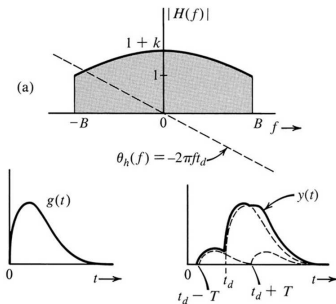


Tipos de Distorção

- Os sinais quando são transmitidos através de canais estão frequentemente sujeitos à distorção
 - Características não ideais dos canais
- Os principais tipos de distorção são os seguintes:
 - Distorção linear
 - Distorção causada por não linearidades do canal
 - Distorção causada por efeitos de multipercurso
 - Desvanecimento (*Fading*)

Distorção Linear

- Quando as características do canal não são ideais, as componentes de Fourier não são igualmente afetadas
 - Componentes que se cancelavam podem não mais se cancelar
 - O resultado é o espalhamento ou dispersão dos pulsos de informação



Distorção Causada por Não Linearidades do Canal

- O modelo de canal linear é válido apenas para pequenos sinais
 - Para grandes amplitudes, as características não lineares não podem ser negligenciadas

$$y = f(g) = a_0 + a_1g(t) + a_2g^2(t) + \cdots + a_kg^k(t) + \cdots$$

- Se $g(t)$ tem largura de banda de B Hz, então $g^k(t)$ tem largura de banda de kB Hz
 - Espalhamento ou dispersão espectral
 - Nocivo para sistemas multiplexados em frequência (FDM)

Distorção Causada por Efeitos de Multipercurso

- O sinal transmitido pode chegar no receptor através de dois ou mais caminhos
 - A atenuação e o atraso podem ser diferentes para cada caminho
 - A interferência entre os dois sinais dá origem ao **desvanecimento seletivo em frequência**

